

# BULLETIN D'INFORMATIQUE APPROFONDIE ET APPLICATIONS

## COMPUTATION - INFORMATION

Volume 110 - Juin 2018



Publication trimestrielle, gratuite, de l'Université d'Aix - Marseille

<http://www.biaa.eu>



**DIRECTEUR**

*Jean-Michel Knippel*

**FONDATEUR**

*Edmond Bianco*

**SERVEUR DE PUBLICATION**

*Christian Blanvillain*

**SECRETARIAT**

*Kalassoumi Adjilani*

Université d'Aix-Marseille

Site St Charles, Case 33

3 place Victor Hugo

F-13331 Marseille Cedex 3

Téléphone : +33 (0) 413 550 252

**DÉPOSITAIRE**

Université d'Aix-Marseille

Bibliothèque Universitaire

1 place Victor Hugo

F-13331 Marseille Cedex 3

Téléphone : +33 (0) 413 550 579

Le bulletin d'informatique approfondie et applications est une revue pluridisciplinaire destinée à éclairer les connaissances fondamentales informatiques. Les fondements sont un domaine vaste allant de la structure intérieure de l'ordinateur, où se matérialise la machine universelle, à l'algorithme qui devient programme, pour aboutir à la notion de système. Nous contribuons ainsi à ce que les autres disciplines plus anciennes (sciences humaines et de la société, sciences de la matière et de l'énergie, sciences mathématiques, sciences de la nature, sciences de la terre, sciences de l'univers, sciences de la vie, etc.) n'aient pas tendance à considérer l'informatique comme un simple outil définitivement figé.

Il importe de continuer à maîtriser les développements fondamentaux de l'informatique pour que nos disciplines puissent en tirer un meilleur parti.

Notre publication est ouverte à l'ensemble de la communauté scientifique



## COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DE RÉDACTION

*Pr. Patrick Abellard*

*Françoise Adreit*

*France Chappaz*

*Georges Chappaz*

*M'hamed Charifi*

*Jean - Paul Coste*

*Pr. Roger Cusin*

*Jean - Claude Fumanal*

*Alain de Gantès*

*Jean Gonella*

*Pr. Bernard Goossens*

*Sami Hilala*

*Patrick Isoardi*

*Robert Jacquier*

*Jean - Michel Knippel*

*Jean - Philippe Lehmann*

*Pr. Agathe Merceron*

*Nadia Mesli*

*Eric Olivier*

*Patrick Sanchez*

*Rolland Stutzmann*

*Pr. André Tricot*

### **CORRESPONDANT(E)S**

#### **Afrique**

*Pr. Mohamed Tayeb Laskri*

#### **Amériques**

*Sylvie Monjal*

#### **Asie**

*Moussa HadjAli*

#### **Europe**

*José Rouillard*

#### **Océanie**

*Kalina Yacef*

### **1 EDITORIAL**

Aix-Marseille, laboratoire de la fusion des universités  
(*Paru dans Le Monde Diplomatique n°750 sept. 2016*)

**par Christelle Gérard**

### **7 Conservation de la généricité et de l'aléatoireité**

**par Alain Thomas**

### **13 VOZZAVEDIBISAR**

Ne touche pas à mes cercles.  
Archimède au soldat romain.

**par Jean-Pierre Petit**

**Couverture : dessin original de Jean-Pierre Petit**



## ÉDITORIAL : Aix-Marseille, laboratoire de la fusion des universités

Christelle GÉRAND<sup>1 2</sup>

**Résumé.** – Le pari du gigantisme pour grimper dans les classements internationaux. « Fondées pour dispenser des savoirs et préparer à la recherche, les universités françaises se transforment. Pour se faire une place dans le supermarché mondial de l'enseignement supérieur, les établissements rendus « autonomes » par la réforme de 2007 fusionnent. Les exigences scientifiques et pédagogiques fondamentales se heurtent alors à l'expansion d'une bureaucratie libérale. » selon les propos de Christelle Gérard. Nous remercions Serge Halimi, directeur du Monde diplomatique, de nous avoir donné son accord pour la reproduction de l'article de Christelle Gérard paru dans le Monde diplomatique. Nous mentionnons ici les références de la publication initiale de septembre 2016 et le lien vers l'article sur le site en notes de l'auteure. Merci à Christelle Gérard qui s'étonne de voir son article toujours d'actualité. N.D.L.R.

Surplombant le Vieux-Port de la grâce imposante de son architecture impériale, le siège de la présidence d'Aix-Marseille Université (AMU) donne le ton. L'établissement, né le 1er janvier 2012 de la fusion des universités de Provence, de la Méditerranée et Paul-Cézanne, se targue d'être devenu, avec 74 000 étudiants, la plus grande université francophone du monde. Projet « métropolitain » avant l'heure, il voit sa bannière turquoise et jaune sur fond blanc flotter d'Aix-en-Provence à Marseille.

« Une université à l'ambition internationale », proclame le slogan d'AMU sur toutes les plaquettes publicitaires. La fusion doit permettre aux facultés d'atteindre des tailles suffisantes pour rayonner au-delà des frontières hexagonales. Le mouvement a été amorcé par l'université de Strasbourg en 2009 et soutenu par Mme Valérie Pécresse, ministre de l'enseignement supérieur (2007-2011) du gouvernement Fillon, qui s'était juré de « réparer les dégâts de Mai 68 (1) ». « Nous sommes des pastilles, vis de Shanghai », se désolait en juillet 2013 sa successeure socialiste Geneviève Fioraso (2). Alors que les regroupements entreraient en ligne de compte « dans les classements internationaux de 2015 », la loi du 22 juillet 2013, dite « loi Fioraso », avait donné un an aux universités pour fusionner ou pour se réunir sous forme de communauté ou d'association.

En réalité, selon l'historien Christophe Charle, l'utilité de ces classements « réside moins dans l'information fournie que dans la justification (...) de décisions politiques ou administratives pour forcer les institutions et les personnels à évoluer et à se discipliner en fonction des objectifs fixés d'en haut ». Ils sont ainsi « en complète contradiction avec l'exaltation parallèle de l'autonomie et de l'esprit d'innovation (3) ». Cinq des six critères du classement de Shanghai étant obtenus par comptage (nombre d'anciens élèves ayant reçu un prix Nobel ou une médaille Fields, quantité d'articles publiés dans les revues *Nature et Science...*), ce qui favorise les établissements de grande taille, la France fait le pari du gigantisme pour grimper dans le palmarès. AMU a ainsi gagné cent places depuis la fusion. Mais Harvard, Stanford ou le Massachusetts Institute of Technology (MIT), qui caracolent en tête, accueillent entre dix mille et vingt mille étudiants : des chiffres sans commune mesure avec ceux d'AMU.

---

1. Aix-Marseille, laboratoire de la fusion des universités par Christelle Gérard. *Le Monde diplomatique*. Septembre 2016, pages 20 et 21.

2. <https://www.monde-diplomatique.fr/2016/09/GERAND/56207>

## Retards de salaire pour les vacataires

Le rapport des sénateurs Jacques Gasparrin (Les Républicains) et Dominique Gillot (Parti socialiste) épingle ces « *quasi-monstres* » dont la conception ne doit rien au hasard : elle s'inscrit dans la logique qui a abouti à la refonte des régions ou à la création des métropoles et des communautés d'agglomération. Le morcellement des institutions serait à l'origine d'une « gabegie » pour les finances publiques ; il faudrait donc se regrouper pour être plus fort, efficace et compétitif à l'échelle internationale. Ces réorganisations supposées « *favoriser la mise en commun de compétences* » et ainsi permettre des économies sont pourtant coûteuses. Ainsi, sur les mille postes créés en 2015 par le gouvernement pour l'enseignement supérieur, 348 ont été dévolus au fonctionnement de ces nouvelles structures, indique le rapport réalisé au nom de la commission de la culture, de l'éducation et de la communication (4).

L'université mastodonte est encore en chantier — au propre comme au figuré —, mais son président, M. Yvon Berland, peut être satisfait : si l'immense majorité du personnel désapprouvait la fusion lorsqu'il l'a appelée de ses vœux en 2004, les opposants se font de plus en plus rares. « *Aix-Marseille Université a acquis une telle visibilité aux niveaux local, national et international que celui qui est contre est un peu couillon* », balaie le sexagénaire dans son vaste bureau avec vue sur le large. Pourtant, après quatre ans d'existence, le rouleau compresseur aux huit mille employés souffre toujours de difficultés logistiques et structurelles.

Un vacataire, intérimaire de la fonction publique qui souhaite garder l'anonymat pour ne pas compromettre ses chances d'être reconduit, se souvient ainsi d'un imbroglio lors des partiels de 2015 : aucun service n'était habilité à conserver les sujets d'examen destinés aux étudiants handicapés. Il a donc dû se « *débrouiller* » en bricolant une solution avec la « mission handicap » et la scolarité. « *On ne savait même pas si c'était légal* », confie-t-il dans une salle de la toute nouvelle Maison de la recherche d'Aix-en-Provence.

Le bâtiment, inauguré en grande pompe par M. Jean-Marc Ayrault, alors premier ministre, est aux antipodes du reste du campus, construit dans les années 1960, aujourd'hui maculé de graffitis et dont les installations électriques brinquebalent au plafond. Grâce au plan Campus, passerelle aérienne, patios et bâtiments ultra-modernes remplaceront bientôt les filets de sécurité. AMU fait en effet partie des dix campus sélectionnés pour ce plan en 2008 ; elle a reçu de l'État 500 millions d'euros, auxquels les collectivités territoriales ont ajouté 300 millions.

En attendant, le jeune vacataire enseigne dans des préfabriqués. Doctorant, il bénéficie d'un statut ambigu d'étudiant-salarié, mais, trois mois après la rentrée 2015, il attendait toujours sa carte d'étudiant, prérequis indispensable pour signer son contrat de vacance. Les cours ayant tout de même commencé, il travaillait « *au noir, en somme* », et n'avait droit à aucune réduction — en particulier sur la carte de transport ZOU ! Ces multiples problèmes de gestion seraient moins ennuyeux s'ils ne concernaient pas également sa paye... L'université doit au doctorant 3 600 euros, une somme déjà maigre pour un semestre passé à donner trois cours de vingt-quatre heures chacun, plus la préparation et la correction.

Un « personnel administratif » (on ne parle pas de « secrétaires » au sein d'AMU) regrette : « *On ne sait pas si les personnes que l'on demande à recruter reçoivent leur contrat, on n'a aucune visibilité là-dessus, mais c'est auprès de nous qu'elles viennent se plaindre. On a le même problème pour la paye. On fait monter les infos au chef, puis au DRH [directeur des ressources humaines] de notre UFR [unité de formation et de recherche], qui fait remonter au DRH de l'université. Tout est géré à la présidence ; les DRH des UFR n'ont même plus accès aux dossiers des personnels, ils servent juste de courroie de transmission. Avant, il y avait des difficultés de paiement car on manquait de personnel. Maintenant on ne sait pas pourquoi...* »

## Des conditions de travail dégradées

Un autre « personnel administratif » rebondit sur la multiplication des strates entraînée par la fusion : « Prenons l'exemple de la DEV [Direction des études et de la vie étudiante]. Une information part le lundi de la DEV d'AMU, au [siège du] Pharo. Le temps qu'elle nous arrive, ça prend au moins cinq jours. Si les dossiers sont à remplir sous quinze jours, ça nous met davantage de pression pour les traiter dans les temps. Avant, on avait l'information pratiquement en direct. » M. Berland, qui, en plus d'assumer la présidence d'AMU, reste chef de service au centre hospitalier universitaire, dit comprendre le mécontentement : « Je râle souvent contre l'hôpital parce que c'est trop compliqué ; mais, en tant que responsable, j'ai voulu tout connaître avant de déléguer », se justifie-t-il.

De nombreux employés administratifs ont dû changer de fonctions, et le « tuilage » prévu — la formation des nouveaux par les anciens — n'a pas toujours été effectué. Les postes eux-mêmes ont été profondément transformés par la réorganisation des départements, mais aussi par toutes les nouvelles pratiques et les nouveaux logiciels qui continuent à être mis en place. Il faut toujours « aller à la pêche aux informations : nous ne sommes jamais informés des changements de procédure, alors, pour chaque tâche, on doit vérifier que la démarche n'a pas changé, pour éviter un retour du document accompagné d'un petit mot disant : "On a changé de formulaire" », témoigne une autre secrétaire.

En avril 2015, la Confédération générale du travail (CGT) d'AMU a distribué six cents questionnaires pour évaluer la santé des salariés. Sur la centaine de répondants — essentiellement des agents de catégorie C —, 70% considèrent que leurs conditions de travail se sont dégradées depuis la fusion et s'estiment mal reconnus dans l'établissement ; 68 % déplorent que le travail se fasse dorénavant dans l'urgence, et près de la moitié jugent les directives souvent contradictoires. M. Philippe Blanc, secrétaire général de la CGT d'AMU, estime que son syndicat a aidé une centaine de personnes depuis la fusion. « On intervient auprès de la direction quand les gens ne vont pas bien et doivent changer de service, explique-t-il. Les personnels ont fait des choix par défaut, mais, une fois qu'ils ont été mutés, leur poste ne correspondait pas forcément à leurs compétences, ou alors ils ne s'entendaient pas avec leur hiérarchie, dont le management est devenu de plus en plus agressif. » Lui-même a dû changer de service : avec les doublons qu'a aussi créés la fusion, il a fait un *bore-out* (ou syndrome d'épuisement professionnel par l'ennui). « Avec la restructuration, mon service d'hygiène et de sécurité a eu un responsable, au Pharo, qui donnait tout le travail à l'ingénieur avec lequel je collaborais », regrette cet agent de catégorie C dont le poste a été supprimé après son départ aux collections patrimoniales.

La centralisation qui a accompagné la fusion a également apporté son lot de lourdeurs administratives pour les enseignants et les étudiants. La demande pour installer une table sur l'un des campus pour un événement quelconque requiert dorénavant trois semaines de délai, le temps d'être validée par tous les échelons. Obtenir un ordre de mission pour se rendre à un colloque relève du parcours du combattant. Même les photocopies nécessitent dorénavant des bons de commande.

## Un à-valoir sur le marché du travail

Il est cependant des dossiers sur lesquels l'administration centrale se montre redoutablement rapide et efficace : les « investissements d'avenir », appels à projets gouvernementaux dotés de 22 milliards d'euros. Ces fonds visent à faire émerger « des pôles capables de rivaliser avec les plus grandes universités du monde ». AMU a fait partie des huit universités sélectionnées : en 2012, elle a reçu 750 millions d'euros — une dotation reconduite en avril 2016 — et s'avère l'une des grandes bénéficiaires des « politiques d'excellence » (*lire* « [La loterie des appels à projets](#) »).

Le système de financement par projets favorise le « clientélisme », regrette Philippe Blache, directeur du laboratoire Parole et langage. Certes, la présidence ne joue aucun rôle dans l'acceptation des appels à projets.

Toutefois, si les experts externes évaluant les projets estiment, par exemple, que vingt d'entre eux méritent d'être financés mais que seuls dix peuvent l'être, le choix final est fait en interne. « *Aujourd'hui, le lieu essentiel des décisions est la présidence. Une décentralisation serait indispensable — il en va de la survie même de la vie démocratique de l'université* », poursuit cet ancien élu au conseil scientifique d'AMU. Il souligne un « *manque de confiance dans les instances intermédiaires* », qu'il s'agisse des facultés, des départements d'enseignement ou des laboratoires de recherche, « sans cesse obligées de monter des dossiers, d'exposer des demandes pour répondre à une vision selon laquelle tout doit remonter au niveau central ». Il estime qu'il passe chaque année trois mois à remplir des dossiers administratifs.

Les thématiques et objectifs prioritaires de l'université sont en outre définis par les « conseils centraux » (5), qui regroupent enseignants-chercheurs, étudiants et personnel administratif. Difficile pour les élus de ces instances d'être au fait des dossiers : « *Nous votons de façon globale, sur des tableaux qui contiennent des listes de cent à cent cinquante dossiers* », précise Philippe Blache. Le président Berland, réélu au premier tour pour quatre ans (avec 27 voix contre 5 et 4 bulletins blancs ou nuls), le 5 janvier 2016, n'a pour ainsi dire pas d'opposition au sein du conseil d'administration, qui prend pour finir toutes les décisions ; ces conseils ont donc tout d'une chambre d'enregistrement. M. Tom Oroffino, étudiant en sociologie et élu de l'Union nationale des étudiants de France (UNEF), enrage : « *Quand on manifeste notre désaccord, ça n'a aucune conséquence.* » La Fédération des associations générales étudiantes (FAGE), le syndicat étudiant largement majoritaire à AMU, s'y est d'ailleurs résignée et préfère éviter toute contestation. « *Ce n'est pas sur notre vote que ça se joue*, remarque l'un de ses représentants, M. Renaud Argence. *Aussi, nous préférons dire que nous avons des doutes ou qu'il faudrait retravailler un point particulier que de voter contre, car on sait que ça ne changera rien, mais que ce pourrait être préjudiciable à nos relations de travail par la suite.* »

Pour M. Oroffino, la présidence s'est « *mis les étudiants dans la poche* » en attribuant aux associations une subvention de fonctionnement de 300 euros sans qu'elles aient à justifier d'aucune dépense, « *juste pour qu'elles existent* ». Ancien de l'association des étudiants en médecine, M. Argence confirme : « *Lorsque je portais des projets avant la création d'AMU, on peinait à obtenir des fonds, et ils étaient moins importants qu'aujourd'hui. Si on voulait avoir un budget conséquent, il fallait passer par trois commissions, au lieu d'une seule depuis la fusion.* » Les étudiants sont plutôt satisfaits de leurs associations et des nouveaux équipements mis à leur disposition ; mais le jour où ils arboreront les sweat-shirts ou les besaces siglés AMU, mis en vente par l'université sur le modèle de ses prestigieuses consœurs américaines, semble encore loin.

Les conseils d'administration restreints (entre 24 et 36 membres, au lieu des 30 à 60 permis par la loi Savary) ont été mis en place par Mme Fioraso pour que les entrepreneurs, invités à y prendre part, « *y voient plus clair* » (6). Sept ou huit « *personnalités extérieures* », supposées mieux avisées de ces « *réalités du monde* » que l'université prend dorénavant pour horizon, font partie des administrateurs. Le conseil régional, la communauté du Pays d'Aix et la mairie de Marseille ont ainsi des représentants au Pharo. Mme Michèle Boi, directrice régionale de l'emploi chez Électricité de France (EDF), a aussi fait son entrée au conseil d'administration d'AMU en janvier 2016, ainsi que M. Johan Bencivenga, le président de l'Union pour les entreprises des Bouches-du-Rhône, une émanation du Mouvement des entreprises de France (Medef).

« *En échange des capitaux qu'elles ont à présent à récolter auprès des entreprises, les universités doivent adapter leurs offres de formation aux besoins de l'économie, c'est-à-dire d'abord aux besoins des entreprises en matière de main-d'œuvre. Il leur revient, pour dire les choses autrement, d'assurer l'employabilité des futurs salariés* », écrit l'historien Christophe Granger (7). Les entreprises partenaires poussent à des formations utilitaristes. Ainsi, EDF s'est fait tailler des diplômes sur mesure avec les masters « *Modélisation et expérimentation des matériaux pour le nucléaire* » et « *Génie des procédés appliqués* »

au nucléaire ». Pour le chercheur, ce changement de paradigme est lié au fait que « *les universités ne disent plus qu'elles enseignent : elles prétendent assurer l'insertion professionnelle de leurs étudiants-clients. Elles n'osent plus dire qu'elles dispensent du savoir : elles vendent un à-valoir sur le marché du travail.* »

## Illusion d'interdisciplinarité

Opérée en partie au nom d'une meilleure lisibilité de l'offre de formation, notamment en sciences, la fusion n'a pas toujours eu l'effet escompté. Ainsi, Delphine Thibault, responsable de la licence « Sciences de la vie et de la Terre », regrette cette dénomination : « *Auparavant, à Marseille, nous avions une spécificité autour des sciences de la mer qui était de fait très lisible.* » Conséquence collatérale de la fusion, divers parcours ont été regroupés et le ministère n'a pas accepté d'intituler précis : « *Cela nous demande plus de démarches pour nous faire connaître aux niveaux régional et national.* »

Toutefois, la crainte principale des opposants à la fusion, une baisse de l'offre de formation pour réduire les coûts, ne s'est pas réalisée. Si certaines options ont été supprimées, c'est « *faute de combattants* », indique Michèle Gally, responsable du master lettres. La méfiance reste pourtant de mise. En effet, l'offre de formation actuelle a été créée en 2011, avant la fusion. Elle la prenait en compte en supprimant les filières qui existaient à plusieurs endroits, en particulier en sciences. Mais, pour 2018, les mots d'ordre sont la mutualisation et l'interdisciplinarité.

« *Les nuages s'accumulent peut-être à l'horizon* », estime Michèle Gally. Pour elle, « *cette fausse cohérence et cette illusion d'interdisciplinarité nuisent à la recherche et même à la formation* ». Alors que les thématiques envisagées concernent notamment le *big data* et les villes connectées, une partie du secteur sciences humaines et sociales s'inquiète à l'idée de devenir la cinquième roue du carrosse.

Christelle Gérard

Journaliste.

(1) « [Valérie Péresse : “D’ici à 2012, j’aurai réparé les dégâts de Mai 68”](#) »

*Les Échos*, Paris, 27 septembre 2010.

(2) « [Le gouvernement regroupe les universités en 25 grands ensembles](#) »

*Les Échos*, 22 juillet 2014.

(3) Christophe Charle et Charles Soulié (sous la dir. de), *La Dérégulation universitaire. La construction étatisée des « marchés » des études supérieures dans le monde* Syllepse, coll. « La politique au scalpel », Paris, 2015.

(4) [Avis](#) présenté par M. Jacques Gasperrin et Mme Dominique Gillot au nom de la commission de la culture, de l'éducation et de la communication sur le projet de loi de finances pour 2016  
Sénat, Paris, 19 novembre 2015.

(5) Le conseil d'administration de l'université, le conseil des études et de la vie universitaires et le conseil scientifique.

(6) « [Fioraso : “Il faut ‘ouvrir’ les universités aux entreprises”](#) »

*Les Échos*, 26 novembre 2012.

(7) Christophe Granger, *La Destruction de l'université française*  
La Fabrique, Paris, 2015.



## Conservation de la généricité et de l'al toir 

Alain THOMAS<sup>1 2</sup>

**Résumé.** – Diverses conditions suffisantes sont données, pour qu'un couplage de deux systèmes dynamiques  $(X, T_X, \mu)$  et  $(X', T_{X'}, \mu')$  transforme les points  $\mu$ -génériques en points  $\mu'$ -génériques. Le lien est fait avec les résultats connus sur la conservation de l'al toir  par transducteur.

### 0. Introduction

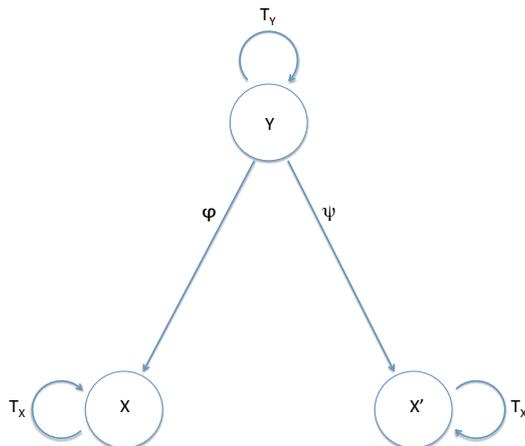
Les deux premières sections reprennent en les généralisant les résultats de F. Blanchard [1] relatifs au couplage de systèmes dynamiques, et aux mesures associées aux éléments qui sont en relation par couplage. Les conditions de conservation de la généricité sont rendues plus explicite dans le cas d'un couplage par transducteur, c'est à dire par un automate à étiquettes doubles (une étiquette d'entrée et une étiquette de sortie). La troisième section fait le lien avec la condition [4, Theorème 2] de conservation de l'al toir . La définition des suites al toires qu'on utilise ne fait pas référence à l'équirépartition et semble donc sans rapport avec la généricité ; cependant les premières tentatives de définition des suites al toires (Richard von Mises, Karl Poper, Alonzo Church) faisaient usage des suites équiréparties.

### 1. Couplages

On dira que  $\mathcal{C} = (X, X', Y, T_X, T_{X'}, T_Y, \varphi, \psi)$  est un couplage si  $X, X', Y$  sont compacts métrisables,  $T_X, T_{X'}, T_Y$  sont trois applications continues respectivement de  $X, X', Y$  vers lui-même, et  $\varphi, \psi$  deux applications de  $Y$  vers  $X$  et  $X'$  respectivement, commutant avec les applications  $T$  :

$$T_X \circ \varphi = \varphi \circ T_Y \quad \text{et} \quad T_{X'} \circ \psi = \psi \circ T_Y.$$

On dit que deux éléments  $x \in X$  et  $x' \in X'$  sont relatés s'ils ont un antécédent commun :  $\exists y \in Y$   $x = \varphi(y)$  et  $x' = \psi(y)$ .

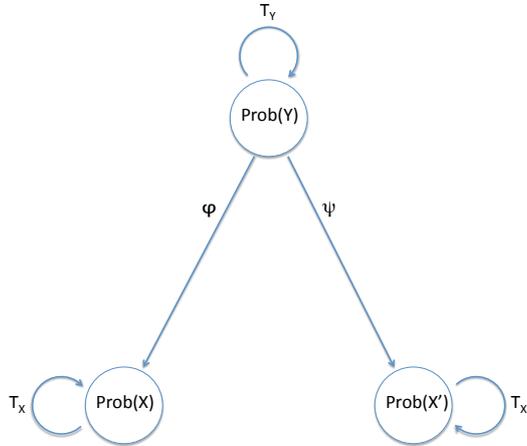


---

1. alain.thomas@univ-provence.fr

2. Université de Provence, 3 Pl. V. Hugo, 13331 Marseille Cedex 03

Comme on le sait<sup>3</sup>, pour tout espace compact métrisable  $X$  l'ensemble  $\text{Prob}(X)$  des probabilités sur  $X$  est compact métrisable pour la topologie faible. On a donc un couplage des trois espaces  $\text{Prob}(X)$ ,  $\text{Prob}(X')$ ,  $\text{Prob}(Y)$ . Par commodité on notera  $\varphi$  (resp.  $T_X, \dots$ ) les applications continues définies par  $\varphi(\mu) = \mu \circ \varphi^{-1}$  (resp.  $T_X(\mu) = \mu \circ T_X^{-1}, \dots$ ).



Dans le système dynamique  $(X, T_X)$ , on appelle mesure associée à un élément  $x \in X$  toute limite d'une suite extraite de la suite de mesures discrètes  $S_n(x)$  définie par

$$S_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \delta_{T_X^k(x)}.$$

On dit que  $x$  est  $\mu$ -générique si  $\mu$  est la seule mesure associée à  $x$ , c'est à dire si la suite  $S_n(x)$  converge.

En utilisant la démonstration de la proposition 2.1 de [1] on obtient le résultat suivant :

**Théorème 1.1.** *Étant donné un couplage  $\mathcal{C}$  et deux éléments relatés  $x \in X$  et  $x' \in X'$ , toute mesure associée à  $x'$  est relatée à une des mesures associée à  $x$ .*

**Preuve.** Une mesure  $\mu'$  associée à  $x'$ , est la limite de la suite de mesures  $S_n(x')$  pour  $n \in E$ , où  $E$  est un sous-ensemble infini de  $\mathbb{N}$ . Soit  $y$  un antécédent commun de  $x$  et  $x'$ . Comme  $\text{Prob}(Y)$  est compact il existe un sous-ensemble infini  $E'$  de  $E$  tel que la suite de mesures  $S_n(y)$ ,  $n \in E'$ , converge vers une mesure  $\nu$ , qui est donc une mesure associée à  $y$ . Sa projection sur  $\text{Prob}(X)$  est une mesure associée à  $x$ , et sa projection sur  $\text{Prob}(X')$  est  $\mu'$ .  $\square$

Le corollaire suivant est calqué sur les propositions 2.2 et 2.7 de [1].

**Corollaire 1.2.** (i) *Soit  $\mathcal{C}$  un couplage tel que le nombre de préimages de chaque élément de  $Y$  par les applications  $\varphi$  et  $\psi$  soit borné. On suppose que chacun des deux systèmes dynamiques  $(X, T_X)$  et  $(X', T_{X'})$  admet une unique mesure invariante d'entropie maximale (ce qui est le cas par exemple du shift sur  $\{0, 1, \dots, d-1\}^{\mathbb{N}}$  ou  $\{0, 1, \dots, d-1\}^{\mathbb{Z}}$ ). En appelant  $\mu$  et  $\mu'$  les mesures d'entropie maximale sur  $X$  et sur  $X'$  respectivement, tout élément de  $X'$  relaté à un élément  $\mu$ -générique est  $\mu'$ -générique.*

(ii) *En particulier si  $X = X' = \{0, 1, \dots, d-1\}^{\mathbb{N}}$  ou  $\{0, 1, \dots, d-1\}^{\mathbb{Z}}$ ,  $T_X$  est le shift sur  $X$ , et si le nombre de préimages de chaque élément de  $Y$  par les applications  $\varphi$  et  $\psi$  est borné, toute suite  $(x'_n) \in X'$  relatée à une suite normale (c'est à dire générique pour la mesure produit uniforme) est normale.*

3. Théorème 3 de <http://jbuzzi.files.wordpress.com/2011/10/compacite-prob.pdf>

(iii) Soit  $\mathcal{C}$  un couplage et  $\nu$  une probabilité ergodique sur  $Y$  telle que

$$\forall E \text{ borélien, } \nu(E) = 0 \Rightarrow \nu(\varphi^{-1}(\varphi(E))) = 0.$$

Alors tout élément de  $X'$  relatif à un élément  $\varphi(\nu)$ -générique de  $X$  est  $\psi(\nu)$ -générique.

**Preuve.** (i) L'entropie topologique de  $X$  ou de  $X'$ , c'est à dire le maximum des entropies des mesures invariantes sur  $X$  et  $X'$  respectivement, est inférieure ou égale à celle de  $Y$ . Mais dans le cas présent elle lui est égale, puisqu'il existe au moins une mesure d'entropie maximale  $\nu$  sur  $Y$  et  $h_\nu = h_{\varphi(\nu)} = h_{\psi(\nu)}$  d'après [6]. Les images de  $\nu$  par  $\varphi$  et  $\psi$  sont les mesures d'entropie maximale  $\mu$  et  $\mu'$ , qui sont donc liées et on peut utiliser le théorème.

(ii) C'est un cas particulier du (i), car dans ce cas la mesure produit uniforme est la mesure d'entropie maximale.

(iii) Soit  $x' \in X'$ , relatif à un élément  $\varphi(\nu)$ -générique de  $X$ , on veut démontrer que toute mesure  $\mu'$  associée à  $x'$  est égale à  $\psi(\nu)$ . D'après le théorème il existe une mesure  $\nu'$  sur  $Y$  telle que  $\varphi(\nu') = \varphi(\nu)$  et  $\psi(\nu') = \mu'$ .

En appelant  $G_\nu$  l'ensemble des éléments  $\nu$ -génériques de  $Y$ , supposons d'abord que  $\nu'(G_\nu) = 1$ . Alors la suite de mesures  $S_n(y)$  converge pour  $\nu'$ -presque tout  $y$  et donc  $\nu'$  est ergodique. L'ensemble  $G_\nu \cap G_{\nu'}$ , de mesure 1, aurait au moins un élément  $y$ , d'où  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(y) = \nu = \nu'$  et par conséquent  $\mu' = \psi(\nu)$ .

Supposons maintenant  $\nu'(G_\nu^c) > 0$ . Comme  $\varphi(\nu') = \varphi(\nu)$  on a

$$\nu(\varphi^{-1}(\varphi(G_\nu^c))) = \nu'(\varphi^{-1}(\varphi(G_\nu^c))) \geq \nu'(G_\nu^c) > 0$$

et, en utilisant l'hypothèse sur  $\nu$ ,  $\nu(G_\nu^c) > 0$ , ce qui contredit l'ergodicité de  $\nu$ . □

## 2. Transducteurs

Utilisons les mêmes définitions que dans [1], illustrées par l'exemple ci-dessous.

On appellera automate tout graphe orienté fini dont les arcs sont étiquetés. Tout ensemble de triplets  $(s, a, s')$ , où  $s, s'$  appartiennent à un ensemble fini  $S$  et  $a$  à un ensemble fini  $A$ , définit un automate dont les sommets sont étiquetés par les éléments de  $S$  et les arcs par les éléments de  $A$ . Un transducteur est un cas particulier d'automate, où les étiquettes sont des couples (étiquette d'entrée et étiquette de sortie).

On peut considérer tout automate comme une chaîne de Markov topologique, défini par un graphe sans étiquette dont les sommets sont les éléments de  $S \times A$  : dans ce graphe un arc va du sommet  $(s, a)$  au sommet  $(s', a')$  chaque fois que  $(s, a, s')$  est un arc de l'automate.

Le couplage associé à un transducteur est constitué par :

$X$  = ensemble des labels d'entrée  $(a_n)$  des chemins infinis (ou bi-infinis),

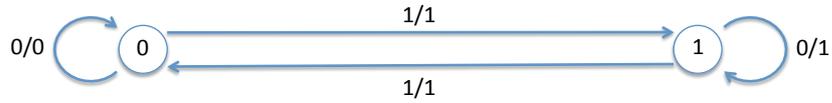
$X'$  = ensemble des labels de sortie  $(a'_n)$  des chemins infinis (ou bi-infinis),

$Y$  = ensemble markovien des suites de terme général  $(s_n, a_n, a'_n)$ , où  $s_n$  est l'étiquette du  $n$ -ième sommet et  $(a_n, a'_n)$  l'étiquette du  $n$ -ième arc d'un chemin infini (ou bi-infini),

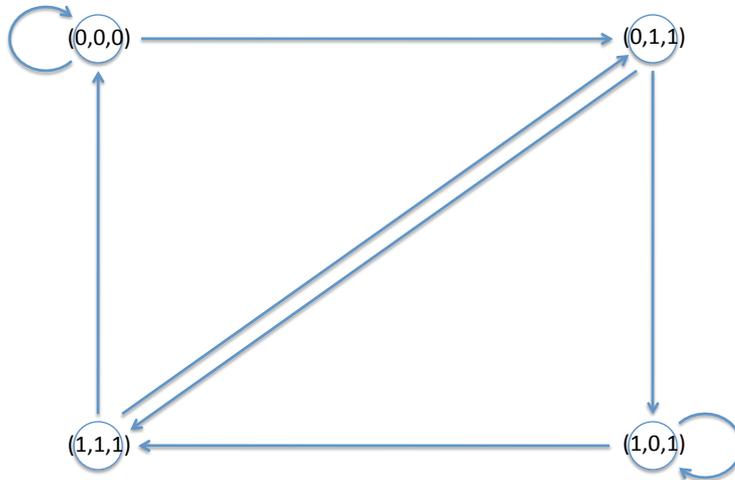
$T_X, T_{X'}, T_Y$  sont les shifts et  $\varphi : Y \rightarrow X, \psi : Y \rightarrow X'$  les projections.

Le corollaire 2.4 de [1] dit que les conditions du corollaire 1.2 (i) sont satisfaites si le transducteur est non-ambigu (c'est à dire, entre deux états donnés il existe au plus un chemin labellisé en entrée (resp. en sortie) par un mot  $m$  donné) et transitif (si deux mots  $m$  et  $m'$  sont reconnus en entrée (resp. en sortie), il existe  $m''$  tel que  $mm''m'$  le soit).

**Exemple 2.1.** Un transducteur avec  $A = \{0, 1\}$  (alphabet d'entrée),  $A' = \{0, 1\}$  (alphabet de sortie),  $S = \{0, 1\}$  (étiquettes des sommets) :



On a  $X = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$  ou  $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}}$ , tandis que  $X' \subset X$  est constitué des suites qui n'ont pas de 1 isolé, et  $Y \subset \{0, 1\}^3$  est l'ensemble des chemins du graphe ci-dessous :



Remarquons que si on entre (à partir du sommet 0) la suite infinie

$$a_1 a_2 \dots = 010^2 10^4 10^{16} 1 \dots 10^n 10^{2^n} 1 \dots,$$

qui est  $\delta_{\bar{0}}$ -générique (où  $\bar{0}$  est la suite constante nulle), on obtient en sortie la suite

$$a'_1 a'_2 \dots = 011^2 10^4 11^{16} 1 \dots 10^n 11^{2^n} 1 \dots$$

qui n'est générique pour aucune mesure : les mesures associées sont les  $\alpha \delta_{\bar{0}} + (1 - \alpha) \delta_{\bar{1}}$  pour tout  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

### 3. Suites aléatoires

Les suites aléatoires (voir [5]) peuvent être définies à partir des fonctions récursives ([2]). Le théorème 2 de [4] caractérise les transducteurs déterministes en entrée qui conservent les suites aléatoires :

**Théorème 3.1.** *Dans un transducteur déterministe, tout chemin infini  $\gamma$  d'état initial  $q$  et de label aléatoire en entrée*

- a une étiquette de sortie aléatoire si et seulement si le sous-transducteur formé par les états récurrents de  $\gamma$  est non-ambigu en sortie ;
- a une étiquette de sortie non réursive, sauf si tous les chemins infinis dont l'état initial est un des états récurrents ont même label en sortie (auquel cas ce label est périodique).

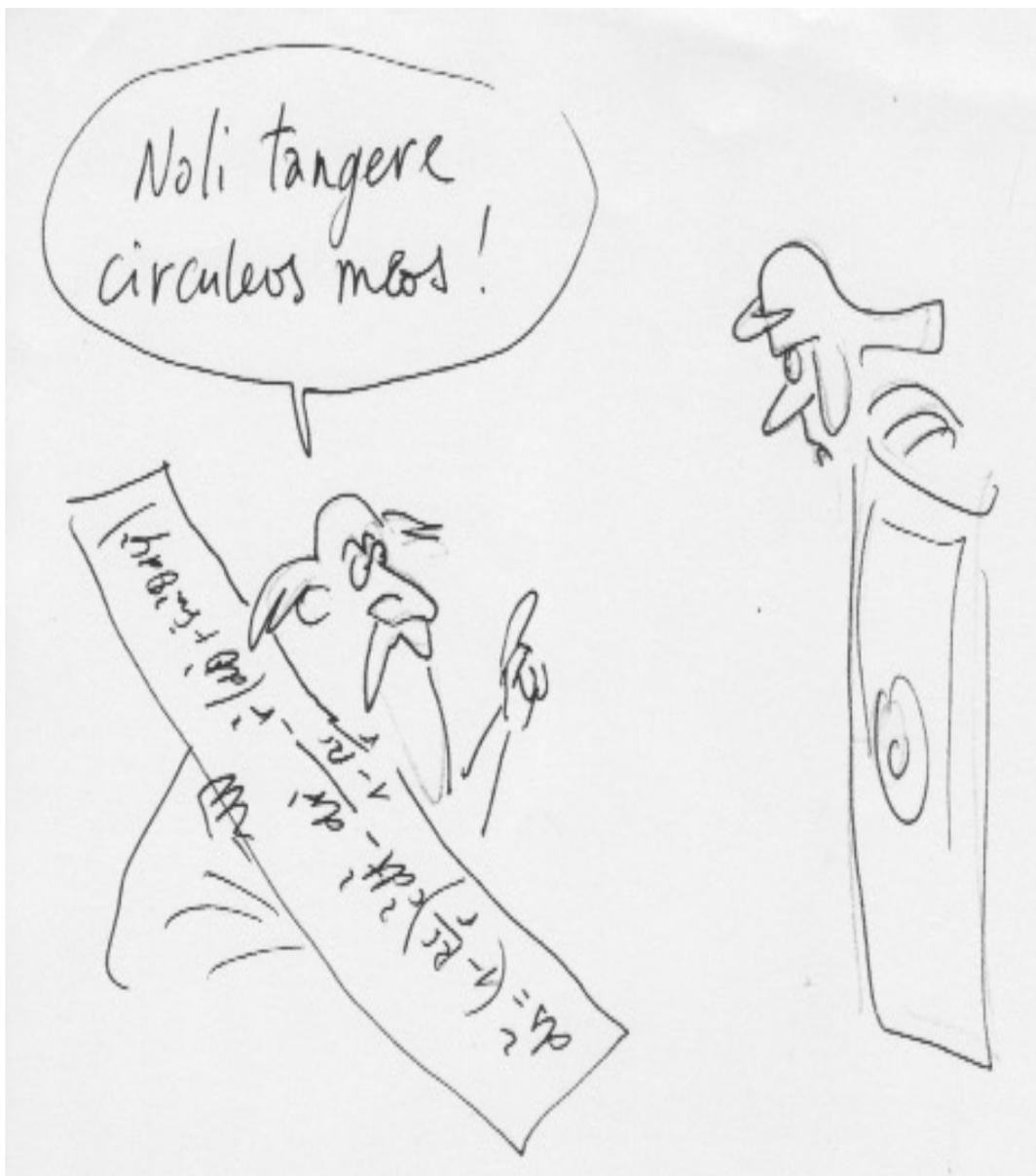
#### RÉFÉRENCES

- [1] François Blanchard, Jean-Marie Dumont & Alain Thomas, *Generic sequences, transducers and multiplication of real numbers*, Israël journal of mathematics, 80, 1992, 257-287.
- [2] Cristian Calude, *Theory of computational complexity*, Annals of discrete mathematics, 35, 487 p., 1988.
- [3] Cristian Calude, *Borel normality and algorithmic randomness*, Developments in language theory, World scientific Singapore, 1994, 113-129.
- [4] Max Dauchet, Bruno Durand, Sylvain Porrot & Nikolai K. Vereshchagin, *Deterministic rational transducers and random sequences*, Lecture notes in computer science, 1378, Springer 1998.
- [5] Per Martin-Löf, *The definition of random sequences*, Inform. and control, 9, 1966, 602-619, 1967.
- [6] William Parry, *Entropy and Generators in Ergodic Theory*, Benjamin New York, 1969.  
URL: <http://univ-provence.fr>

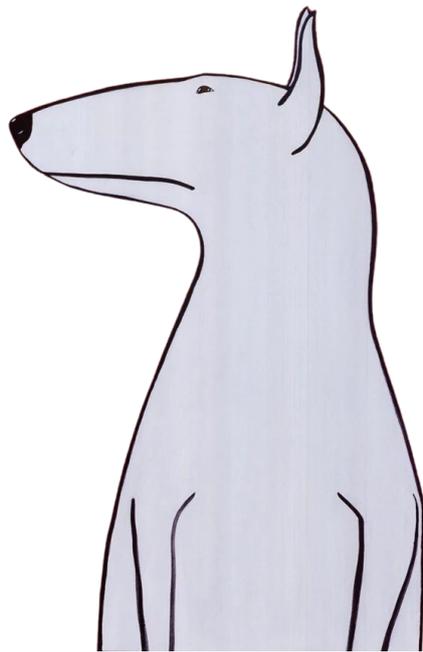


## Ne touche pas à mes cercles. Archimède au soldat romain.

Jean-Pierre PETIT







Ken Bailey

