LABORATOIRE D'INFORMATIQUE THEORIQUE
& APPLICATIONS DE MARSEILLE
L. I. T. A. M.
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE-INFORMATIQUE
[illegible]
UNIVERSITÉ [illegible] MARSEILLE [illegible]

ISSN 0291 - 5413

INFORMATIQUE
FONDAMENTALE
ET
APPLICATIONS

Sommaire

MARS 1986

ADRESSE POSTALE : FACULTÉ DES SCIENCES DE LUMINY
MATHÉMATIQUE-INFORMATIQUE - LITAM - BAT. TPR 2 - 9eme ETAGE
CASE [illegible] [illegible] ROUTE LÉON LACHAMP - [illegible] MARSEILLE CEDEX [illegible] - (91) 41.01.40 POSTE 3294 - 3110

Editorial

e. bianco.

Informatique et changement de société.

On voudrait nous faire accroire que notre monde "moderne" est aux mains d'une classe sociale nouvelle: la technocratie.Un peu comme du temps de Molière où les bourgeois qui avaient l'argent ravissaient le pouvoir aux aristocrates,traditionnellement attachés à la terre.Mais en même temps,essayaient péniblement de se hisser au niveau de leur culture.Bien souvent d'ailleurs,cet effort se limitait à l'achat d'une particule.Dont quelques unes traînent encore,marque dérisoire d'une maladroite ascension sociale qui ne fait plus rire.

Transposons.La révolution de 1789 qui a permis l'achat de la terre par l'argent a-t-elle un équivalent moderne?

Si c'était vrai,cela voudrait dire qu'il y a des gens aujourd'hui qui voudraient renier leur culture,celle du milieu dans lequel ils sont nés,pour pouvoir "accéder".Cela voudrait dire également qu'une classe sociale nouvelle dispose d'un pouvoir nouveau que ne maîtrise pas l'ancienne qui perd pied.Cela voudrait dire que la nouvelle classe qui fait table rase de sa propre culture,et donc inculte,essaye d'imiter l'autre.S'il en était ainsi cette nouvelle classe sociale aurait bien quelques comportements maladroits,godiches,endimanchés,donc ridicules et cela se verrait ferait rire.

Comme le bougeois rêvait de châteaux,le technocrate -s'il existait- rêverait de maison cossue,de beaux meubles,de beau linge,mais n'ayant qu'une vague idée de tout ceci,se contenterait d'imitations et cela se verrait.

Il est inévitable qu'à l'instar du bourgeois qui bâtissait son imitation de château,on verrait nos campagnes se couvrir de "résidences".Or,pouvons-nous constater réellement un tel phénomène?

Comme la presse était devenue le moyen d'expression de la nouvelle classe,celle dont on dit qu'elle lui succède devrait s'exprimer avec un moyen encor plus puissant -pourquoi pas sur les ondes- et l'on pourrait contempler des endimanchés du langage nous raconter n'importe quoi pouvu que cela fut bien dit, avec un accent qui fait clâsse.

Et on verrait quelques représentants de l'ancienne classe sentant le pouvoir s'échapper,rallier la nouvelle cause,un peu gênés toutefois de s'exprimer dans leur propre langue,dont ils ressentiraient tout le côté auto-parodique.

Non tout cela serait vraiment comique et contraire à la morosité ambiante.

Cette nouvelle classe,sans culture,donc sans frein éthique, abuserait de tous les pouvoirs qui seraient désormais les siens. Et on verrait proliférer sans limites toutes sortes de bavures même les techniques les plus dangereuses.L'industrie nucléaire se développerait sans contrôle aussi bien dans ses applications militaires que civiles.On ne se préoccuperait pas trop des inconvénients qui,ressentis comme un "frein" au "développement" seraient fortement minimisés.Il en serait de même pour les industries de la chimie organique,des poisons qui servent à "maîtriser" la "nature"; sous prétexte de destruction des "nuisibles" la terre serait ravagée par les pesticides de plus en plus élaborés.L'homme jusque-là relativement respecté dans son intégrité serait lui-même atteint,car le "génie génétique" mettrait à la portée du technocrate son rêve ultime: la fabrication du "génie" tel qu'il le conçoit,une sorte d'Einstein qui n'aurait pas,bien sur,d'opinion personnelle.

Je glisse sur tout les accidents graves qui pourraient survenir dans une telle société où tout devrait être ultrasecret,car il faut "gagner" avant les autres,et puis aussi un peu pour que les gêneurs -il y en a toujours- ne viennent pas mettre leur nez dans un tel développement.

De temps en temps une bombe atomique satellisée qui tombe accidentellement,une centrale atomique qui brûle sans qu'on sache trop pourquoi,une usine chimique qui laisse s'épandre des produits ultratoxiques,un virus expérimental monstrueux qui s'échappe subrepticement,et tous les accidents secondaires que l'on se refuserait à voir.

Des maladies qui se répandraient grâce à la pollution des eaux,comme les hépatites virales,mais dont on tairait et masquerait la gravité en forçant la publicité sur d'autres plus classiques comme le cancer qui émeuvent coeurs et porte-monnaies,ou plus exotiques qui ont un petit impact sur la moralité.

Non,là on sent bien que je suis en train de forcer mon imagination,et n'étant pas romancier,le résultat n'est pas bon.Non si de telles choses existaient cela se verrait.

De toute manière manque encor le point fort de l'argumentation: les bourgeois ont eu le pouvoir car ils avaient l'argent qu'auraient donc les technocrates?

Comment? qui a dit l'informatique?

L'informatique ne serait née que pour mettre au pouvoir la technocratie? Nous ne ferions de l'informatique qu'à fin que ces gens-là puissent nous brimer?

Ce serait trop horrible.Trop horrible.

AUTRE
THEOREME IMPORTANT
DE
L'INFORMATIQUE

Démontrer une propriété pourrait être considéré comme un acte réactionnaire si l'on en faisait un acte religieux,une sorte d'incantation qui n'aurait de valeur qu'en elle-même.Je voudrais ramener ma démonstration à son juste intérêt,plus modeste: vérifier les limites de l'acte intuitif primordial.Et éventuellement souligner une méthode qui serait peut-être susceptible d'inspirer un nouvel acte intuitif.

PUISSANCE DES MACHINES A 1 ET 2 RUBANS.

Quand on essaie d'utiliser une machine de Turing,on s'apperçoit bien vite que multiplier les rubans est bien commode pour traiter certains types de problèmes,notamment ceux qui s'appliquent sur des paquets d'informations disjoints.

Mais il est alors raisonnable de se demander si une machine à ruban unique est,en toute généralité,aussi puissante qu'une machine à deux rubans par exemple.

Je rappelle rapidement les propriétés d'une machine à plusieurs rubans et je prendrai un exemple de machine à deux rubans.J'utilise indistinctement les termes de file ou de ruban,ce dernier désignant plutôt le support,et le premier,la suite des informations qu'il contient.Donc une machine à n files comporte n rubans illimités chacuns à leurs deux extrémités,comportant chacun également une tête de lecture placée à tout instant en face de l'une des cases du ruban.Le jeu est organisé par une suite de règles qui sont sextuplets de l'une des trois formes suivantes:

$$x_{i1} \quad q_{j1} \quad f_k \quad f_m \quad q_{j2} \quad x_{i2}$$
$$x_{i1} \quad q_{j1} \quad f_k \quad f_m \quad q_{j2} \quad D$$
$$x_{i1} \quad q_{j1} \quad f_k \quad f_m \quad q_{j2} \quad G$$

Les x_i appartiennent à l'alphabet de la machine,et les q_j à son ensemble d'états.Il faut également munir une machine de son état initial: q_0 ,et à chaque instant elle se trouve dans un état particulier que seule une règle qui s'applique peut faire évoluer. La partie droite de la règle indique le nouvel état en même temps qu'elle précise la lettre à réécrire,ou le déplacement de la tête à droite ou à gauche sur la file indiquée.

Pour illustrer simplement ceci,je prends un exemple construit sur une machine à deux rubans.L'alphabet est à quatre lettres:

$A = \{a,b,c,\dagger\}$

le '†' me sert de marque.

Je me donne deux mots,un sur chaque file,celui de la file 1 est encadré de marques,les têtes de lecture sont sur les premières lettres à gauche des deux mots.Je définis ainsi le calcul en désignant par F1 et F2 les files :

Pour un 'a' sur F1,j'écris 'a' sur F2 et je fais →F1 et →F2,
déplacement à droite d'une case sur chaque file.

Pour un 'b' sur F1 et s'il y a également un 'b' sur F2,
on écrit 'ac' sur F2 puis 2→F2,→F1,
sinon →F1.

Pour un 'c' sur F1 et s'il y a également un 'a' sur F2,on fait

PUISSANCE DES MACHINES
A
FILES MULTIPLES

e. bianco

C.R. Subject classification informatics: D31

Résumé.

Il est montré l'égalité de puissance entre la machine de Turing, ou machine à file unique,et les machines à plusieurs files.

Une première technique est mise en oeuvre à propos de la machine à deux files,efficace dans ce cas là.Mais pour le cas général on s'apperçoit qu'il faut mettre en oeuvre une technique différente car la première se généralise mal.

Une réflèxion est amorcée sur l'intérêt de ce genre de démonstration.

2←F1,et sinon →F1.

Pour un '†' sur F1: arrêt.

Ceci donne l'algorithme:

a q_0 F1 F2 q_1 a	r1
a q_1 F1 F1 q_2 D	r2
a q_2 F2 F2 q_0 D	r3
b q_0 F1 F1 q_4 b	r4
b q_4 F2 F2 q_5 a	r5
λ^b q_4 F2 F1 q_0 D	r6
a q_5 F2 F2 q_6 D	r7
λ q_6 F2 F2 q_7 c	r8
c q_7 F2 F2 q_8 D	r9
b q_8 F1 F1 q_0 D	r10
c q_0 F1 F1 q_{10} c	r11
a q_{10} F2 F1 q_{11} G	r12
λ^a q_{10} F2 F1 q_0 D	r13
$\lambda^\dagger$ q_{11} F1 F1 q_0 G	r14
† q_0 F1 F1 q_t †	r15
† q_{11}F1 F1 q_t †	r16

Dans ces règles,l'écriture 'λ' désigne toute lettre de l'alphabet,en l'occurence on note en une règle,l'écriture condensée de quatre règles.L'écriture 'λ^x' représente toute lettre de l'alphabet sauf x.

On peut observer qu'il y a des règles qui ne s'appliquent que sur une seule file comme r2,r3,r4,r5 etc ,mais d'autres s'appliquent sur deux files,vérifiant la condition sur l'une et modifiant l'autre comme r1,r6,r12 par exemple.

Je me préoccupe donc d'essayer de décrire le jeu d'une telle machine avec l'aide d'un seul ruban.Je choisis une transformation indépendante de la machine transformée.

Il me faut choisir une représentation sur le ruban unique,des configurations des deux rubans.Une première difficulté surgit dûe aux deux têtes de lecture de la machine à deux rubans.Je ne dispose que d'une tête sur la machine de Turing.

En conséquence,j'adopte les règles de représentation suivantes:

1) Sur le ruban unique,je réserve une case sur deux pour noter la configuration,quelle qu'elle soit du ruban 1,et les cases intermédiaires servent pour la configuration du ruban 2.

2) L'alphabet de la machine de Turing comporte deux lettres destinées à jouer un rôle particulier:

$$\overset{1}{\to} \quad \overset{2}{\to}$$

dans l'ensemble des cases affectées au ruban 1,la lettre $\overset{1}{\to}$ se situé immédiatement à gauche de la lettre repérée par la tête de lecture du ruban 1.Même situation pour $\overset{2}{\to}$ à propos du ruban 2.

3) L'alphabet de la machine de Turing comporte l'alphabet de la machine à deux files,c'est-à-dire l'union des alphabets de chacun de ses rubans,à laquelle on rajoute les deux lettres $\overset{1}{\to}$ et $\overset{2}{\to}$.

4) Je fais ensuite une hypothèse d'initialisation du calcul: les configurations initiales de la machine à deux files sont placées sur le ruban unique,de façon que le repère $\overset{1}{\to}$ soit situé à gauche du repère $\overset{2}{\to}$,la machine étant elle-même dans l'état initial.Et la tête du lecture sous l'un des repères.

Par exemple: 1 † b a a c b

2 † b b a c a c b

donnerait: † † $\overset{1}{\to}$ $\overset{2}{\to}$ b b a b a a c c b a - c - b

ou encore: † - $\overset{1}{\to}$ - b † a $\overset{2}{\to}$ a b c b b a † c - a - c b le tiret représente n'importe quelle lettre sauf l'un des deux repères.

IMAGE DE L'ALGORITHME.

J'appellerai M2 la machine à deux rubans et M1 la machine qui va servir à la simuler.Le choix de représentation d'une configuration de M2 sur le ruban de M1 va avoir des implications sur la construction de l'image de l'algorithme de M2.

Partant,donc,d'un algorithme a priori quelconque de M2,je définis un ensemble de règles de transformation qui vont me permettre d'aboutir à une image censée agir sur la configuration de M1 jusqu'à l'obtention d'une configuration terminale identique à celle qu'on obtiendrait par représentation sur M1 de la configuration terminale de M2 obtenue par application de son algorithme.

A) Pour chaque règle de M2 je prévois deux jeux images,l'un qui s'applique quand la marque $\overset{1}{\rightarrow}$ est à gauche de $\overset{2}{\rightarrow}$ et alors les états sont marqués q^G et Q^G,
l'autre quand l'index $\overset{1}{\rightarrow}$ est à droite de $\overset{2}{\rightarrow}$ et alors les états sont marqués q^D et Q^D .

B) Dans l'image d'une règle,les états intermédiaires sont notés en majuscule,et portent l'indice de l'état de partie gauche de la règle.Pour q_i^D : $Q_{i,\ldots}^D$ et pour q_j^G : $Q_{j,\ldots}^G$.

C) Les états intermédiaires servent par exemple à transporter la valeur d'une lettre a_i auquel cas on note en indice:

$$Q_{i,p,ai}^D \quad \text{ou} \quad Q_{j,p,ai}^G \quad .$$

l'indice p sert à différencier les états intermédiaires entre eux.

D) L'initialisation comporte la mise en place sur le ruban de la M1,des configurations de la M2 de sorte que $\overset{1}{\rightarrow}$ soit située à gauche de la $\overset{2}{\rightarrow}$.

E) A la fin de chaque image de règle on normalise la situation en ramenant la tête de lecture de la M1 sous le $\overset{1}{\rightarrow}$.

F) On groupe les règles de la M2 en paquets dont les parties gauche ont un même état en commun.Un groupe de règles peut ne comprendre qu'une seule règle.

F1) Ces parties gauche portent toutes sur une même file.

F2) Elles peuvent porter à la fois sur les deux files.

Dans un groupe de règles toutes les lettres de l'alphabet peuvent ne pas se retrouver dans les parties gauche.L'image du groupe doit alors prévoir la rencontre des lettres non prévues et dans ce cas ramener normalement la tête de lecture sous le $\overset{1}{\rightarrow}$ et remettre la machine à l'état de partie gauche de la règle.

G) La machine étant à chaque étape en position normalisée sur $\overset{1}{\rightarrow}$,le groupe de règles traité travaille sur F1: il suffit d'aller explorer la lettre qui se trouve deux cases à droite.

H) Si le groupe de règles travaille sur F2,il faut d'abord chercher $\overset{2}{\rightarrow}$ .C'est pour cela que chaque groupe a deux images,l'une en q^D,Q^D et l'autre en q^G,Q^G .Dans l'image Gauche on va chercher $\overset{2}{\rightarrow}$ à droite,et à gauche dans l'image Droite.

I) Le passage d'un jeu d'états q^D,Q^D à un jeu d'états q^G,Q^G ne peut se faire que lors du déroulement de l'image d'une règle de la M2 qui comporte un D ou un G en partie droite.

Réaliser D ou G sur les rubans de M2 revient sur le ruban de M1 à intervertir $\overset{1}{\rightarrow}$ ou $\overset{2}{\rightarrow}$ successivement avec la lettre qui se trouve deux cases à droite pour le D,et avec la lettre qui se trouve deux cases à gauche pour le G.

Ainsi un D sur F1 de M2,risque de faire passer des q^G,Q^G aux q^D,Q^D mais pas l'inverse: un G sur F1 ne peut pas changer la position respective de $\overset{1}{\to}$ et $\overset{2}{\to}$

Evidemment un déplacement sur F2 a des conséquences inverses de celui sur F1.

IMAGES DES REGLES.

Je vais d'abord construire l'image des règles r1,r4,r11,r15

1	$\overset{1}{\to}$	q_0^G	$Q^G_{0,1}$	D	
2	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,1}$	$Q^G_{0,2}$	D	
3	a	$Q^G_{0,2}$	$Q^G_{0,2,a}$	G	
4	b	$Q^G_{0,2}$	$Q^G_{0,10}$	b	
5	c	$Q^G_{0,2}$	$Q^G_{0,12}$	c	
6	†	$Q^G_{0,2}$	$Q^G_{0,14}$	†	
7	b	$Q^G_{0,10}$	$Q^G_{0,11}$	G	
8	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,11}$	q_4^G	G	Calcul de la règle r4.
9	c	$Q^G_{0,12}$	$Q^G_{0,13}$	G	
10	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,13}$	q_{10}^G	G	Calcul de la règle r11.
11	†	$Q^G_{0,14}$	$Q^G_{0,15}$	G	
12	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,15}$	q_t	G	Calcul de la règle r15.
13	$\overset{2}{\to}$	$Q^G_{0,2,a}$	$Q^G_{0,4}$	D	Recherche de la tête de lec-
14	λ^m	$Q^G_{0,2,a}$	$Q^G_{0,3}$	D	ture du deuxième ruban.
15	λ^m	$Q^G_{0,3}$	$Q^G_{0,2,a}$	D	↓
16	λ^m	$Q^G_{0,4}$	$Q^G_{0,5}$	D	↓
17	λ^m	$Q^G_{0,5}$	$Q^G_{0,6}$	a	.
18	a	$Q^G_{0,6}$	$Q^G_{0,7}$	G	Retour en position normali-
19	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,7}$	$Q^G_{0,8}$	G	sée sur $\overset{1}{\to}$
20	$\overset{1}{\to}$	$Q^G_{0,7}$	q_1^G	$\overset{1}{\to}$	Calcul de la règle r1.
21	$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q^G_{0,8}$	$Q^G_{0,7}$	G	

Il s'agit maintenant de construire l'image des mêmes règles r1,r4,r11,r15,mais destinées à s'appliquer dans la situation où $\overset{1}{\rightarrow}$ est située à Droite de $\overset{2}{\rightarrow}$.

22	$\overset{1}{\rightarrow}$	q_0^D	$Q_{0,1}^D$	D	
23	λ^m	$Q_{0,1}^D$	$Q_{0,2}^D$	D	
24	a	$Q_{0,2}^D$	$Q_{0,2,a}^D$	G	
25	b	$Q_{0,2}^D$	$Q_{0,11}^D$	b	
26	c	$Q_{0,2}^D$	$Q_{0,13}^D$	c	
27	c	$Q_{0,13}^D$	$Q_{0,14}^D$	G	
28	λ^m	$Q_{0,14}^D$	q_{10}^D	G	Calcul de la règle r11.
29	†	$Q_{0,2}^D$	$Q_{0,15}^D$	†	
30	†	$Q_{0,15}^D$	$Q_{0,16}^D$	G	
31	λ^m	$Q_{0,16}^D$	q_t	G	Calcul de la règle r15.
32	λ^m	$Q_{0,2,a}^D$	$Q_{0,3}^D$	G	
33	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{0,3}^D$	$Q_{0,4}^D$	G	
34	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{0,4}^D$	$Q_{0,6}^D$	D	Recherche du $\overset{2}{\rightarrow}$ du deuxième
35	λ^m	$Q_{0,4}^D$	$Q_{0,5}^D$	G	ruban. ↓
36	λ^m	$Q_{0,5}^D$	$Q_{0,4}^D$	G	.
37	$\lambda^{\overset{2}{\rightarrow}}$	$Q_{0,6}^D$	$Q_{0,7}^D$	D	
38	λ^m	$Q_{0,7}^D$	$Q_{0,8}^D$	a	Calcul de la règle r1.
39	a	$Q_{0,8}^D$	$Q_{0,9}^D$	G	Recherche du $\overset{1}{\rightarrow}$.
40	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{0,9}^D$	q_1^D	$\overset{1}{\rightarrow}$	↓
41	λ^m	$Q_{0,9}^D$	$Q_{0,10}^D$	D	↓
42	λ^m	$Q_{0,10}^D$	$Q_{0,9}^D$	D	.
43	b	$Q_{0,11}^D$	$Q_{0,12}^D$	G	
44	λ^m	$Q_{0,12}^D$	q_4^D	G	Calcul de la règle r4.

Les écritures: λ^m , $\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$, $\lambda^{\overset{2}{\rightarrow}}$ représentent respectivement: toutes les lettres de l'alphabet moins les deux lettres $\overset{1}{\rightarrow}$ et $\overset{2}{\rightarrow}$ puis toutes les lettres de l'alphabet moins la lettre $\overset{1}{\rightarrow}$,enfin toutes les lettres moins $\overset{2}{\rightarrow}$ .Ceci permet de condenser l'écriture en une seule d'un nombre de règles qui peut être considérable dans le cas d'alphabets un peu riches.On facilite ainsi la lisibilité des algorithmes.

Je construis alors l'image d'une règle qui est unique à posséder l'état q1 en partie gauche,la règle r2.

1	$\overset{1}{\rightarrow}$	q_1^G	$Q_{1,0}^G$	D	
2	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{1,0}^G$	$Q_{1,D}^G$	D	Il faut vérifier si $\overset{2}{\rightarrow}$ n'est pas immédiatement à D de $\overset{1}{\rightarrow}$.
3	λ^m	$Q_{1,0}^G$	$Q_{1,1}^G$	D	
4	a	$Q_{1,1}^G$	$Q_{1,2,a}^G$	$\overset{1}{\rightarrow}$	Echange du a et du $\overset{1}{\rightarrow}$.
5	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{1,2,a}^G$	$Q_{1,3,a}^G$	G	
6	λ^m	$Q_{1,3,a}^G$	$Q_{1,4,a}^G$	G	
7	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{1,4,a}^G$	$Q_{1,5}^G$	a	Echange du $\overset{1}{\rightarrow}$ et du a.
8	a	$Q_{1,5}^G$	$Q_{1,6}^G$	D	
9	λ^m	$Q_{1,6}^G$	q_2^G	D	Fin normale de la règle.
10	a	$Q_{1,D}^G$	$Q_{1,D1,a}^G$	$\overset{1}{\rightarrow}$	On passe de l'image G à l'image D,car $\overset{1}{\rightarrow}$ saute par dessus $\overset{2}{\rightarrow}$.
11	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{1,D1,a}^G$	$Q_{1,D2,a}^G$	G	
12	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{1,D2,a}^G$	$Q_{1,D3,a}^G$	G	
13	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{1,D3,a}^G$	$Q_{1,D4}^G$	a	
14	a	$Q_{1,D4}^G$	$Q_{1,D5}^G$	D	
15	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{1,D5}^G$	q_2^D	D	

Dans l'image droite de la même règle,$\overset{1}{\rightarrow}$ déja à droite de $\overset{2}{\rightarrow}$ ne peur pas changer de position relative.

16	$\overset{1}{\rightarrow}$	q_1^D	$Q_{1,0}^D$	D
17	λ^m	$Q_{1,0}^D$	$Q_{1,1}^D$	D
18	a	$Q_{1,1}^D$	$Q_{1,2,a}^D$	$\overset{1}{\rightarrow}$
19	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{1,2,a}^D$	$Q_{1,3,a}^D$	G

20	λ^m	$Q^D_{1,3,a}$	$Q^D_{1,4,a}$	G
21	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^D_{1,4,a}$	$Q^D_{1,5}$	a
22	a	$Q^D_{1,5}$	$Q^D_{1,6}$	D
23	λ^m	$Q^D_{1,6}$	q^D_2	D

Je construis alors l'image de la règle r3 qui commande un à droite sur le ruban 2. Cette règle est seule à avoir un état q2 en partie gauche. Le changement des positions relatives de $\overset{1}{\rightarrow}$ et de $\overset{2}{\rightarrow}$ n'est possible que dans la situation des états marqués D.

$\overset{1}{\rightarrow}$	q^G_2	$Q^G_{2,0}$	D	
$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{2,0}$	$Q^G_{2,1}$	D	Tête de lecture de F2.
λ^m	$Q^G_{2,0}$	$Q^G_{2,3}$	D	↓
λ^m	$Q^G_{2,3}$	$Q^G_{2,0}$	D	.
λ^m	$Q^G_{2,1}$	$Q^G_{2,2}$	D	
a	$Q^G_{2,2}$	$Q^G_{2,4,a}$	$\overset{2}{\rightarrow}$	Echange de a avec $\overset{2}{\rightarrow}$.
$\lambda^{m,a}$	$Q^G_{2,2}$	$Q^G_{2,10}$	G	Remontée à la cases départ
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{2,10}$	q^G_2	$\overset{1}{\rightarrow}$	avec état de départ,ceci
λ^m	$Q^G_{2,10}$	$Q^G_{2,11}$	G	n'est utile que s'il existe
$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q^G_{2,11}$	$Q^G_{2,10}$	G	une autre règle en q2.
$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{2,4,a}$	$Q^G_{2,5,a}$	G	Echange de $\overset{2}{\rightarrow}$ avec a.
λ^m	$Q^G_{2,5,a}$	$Q^G_{2,6,a}$	G	↓
$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{2,6,a}$	$Q^G_{2,7}$	a	.
a	$Q^G_{2,7}$	$Q^G_{2,8}$	G	Retour sur $\overset{1}{\rightarrow}$.
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{2,8}$	q^G_0	$\overset{1}{\rightarrow}$	↓
λ^m	$Q^G_{2,8}$	$Q^G_{2,9}$	G	↓
λ^m	$Q^G_{2,9}$	$Q^G_{2,8}$	G	.

Suit alors l'image avec les états indicés D.

$\overset{1}{\to}$	q_2^D	$Q_{2,0}^D$	G	
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,0}^D$	$Q_{2,1}^D$	D	
λ^m	$Q_{2,0}^D$	$Q_{2,7}^D$	G	
λ^m	$Q_{2,7}^D$	$Q_{2,8}^D$	G	
$\overset{1}{\to}$	$Q_{2,1}^D$	$Q_{2,2}^D$	D	
a	$Q_{2,2}^D$	$Q_{2,3,a}^D$	$\overset{2}{\to}$	
$\lambda^{m,a}$	$Q_{2,2}^D$	$Q_{2,3}^D$	G	
$\overset{1}{\to}$	$Q_{2,3}^D$	q_2^D	$\overset{1}{\to}$	
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,3,a}^D$	$Q_{2,4,a}^D$	G	Le $\overset{2}{\to}$ saute le $\overset{1}{\to}$ qui passe
$\overset{1}{\to}$	$Q_{2,4,a}^D$	$Q_{2,5,a}^D$	G	ainsi à sa gauche,d'ou q_0^G.
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,5,a}^D$	$Q_{2,6,a}^D$	a	$\downarrow$
a	$Q_{2,6,a}^D$	q_0^G	D	.
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,8}^D$	$Q_{2,10}^D$	D	Recherche de l'image de F2.
λ^m	$Q_{2,8}^D$	$Q_{2,9}^D$	G	$\downarrow$
λ^m	$Q_{2,9}^D$	$Q_{2,8}^D$	G	.
λ^m	$Q_{2,10}^D$	$Q_{2,11}^D$	D	On intervertit a et $\overset{2}{\to}$.
a	$Q_{2,11}^D$	$Q_{2,12,a}^D$	$\overset{2}{\to}$	$\downarrow$
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,12,a}^D$	$Q_{2,13,a}^D$	G	$\downarrow$
λ^m	$Q_{2,13,a}^D$	$Q_{2,14,a}^D$	G	$\downarrow$
$\overset{2}{\to}$	$Q_{2,14,a}^D$	$Q_{2,15}^D$	a	.
a	$Q_{2,15}^D$	$Q_{2,16}^D$	D	Retour en position norma-
λ^m	$Q_{2,16}^D$	$Q_{2,17}^D$	D	lisée.
$\overset{1}{\to}$	$Q_{2,16}^D$	q_0^D	$\overset{1}{\to}$	$\downarrow$
$\lambda^{\overset{1}{\to}}$	$Q_{2,17}^D$	$Q_{2,16}^D$	D	.
$\lambda^{m,a}$	$Q_{2,11}^D$	$Q_{2,18}^D$	D	Retour en position norma-
$\overset{1}{\to}$	$Q_{2,18}^D$	q_2^D	$\overset{1}{\to}$	lisée et état de départ.
λ^m	$Q_{2,18}^D$	$Q_{2,19}^D$	D	
λ^m	$Q_{2,19}^D$	$Q_{2,18}^D$	D	

On peut voir alors ce que donne le couple r12,r13.

$\overset{1}{\to}$	q^D_{10}	$Q^D_{10,0}$	G	
$\overset{2}{\to}$	$Q^D_{10,0}$	$Q^D_{10,2}$	D	
λ^m	$Q^D_{10,0}$	$Q^D_{10,1}$	G	
λ^m	$Q^D_{10,1}$	$Q^D_{10,0}$	G	
$\lambda^{\overset{2}{\to}}$	$Q^D_{10,2}$	$Q^D_{10,3}$	D	
a	$Q^D_{10,3}$	$Q^D_{10,11}$	G	Traitement de la règle 12.
λ^a	$Q^D_{10,3}$	$Q^D_{10,4}$	G	Règle 13,à la suite:
$\overset{1}{\to}$	$Q^D_{10,4}$	$Q^D_{10,6}$	D	Recherche du $\overset{1}{\to}$
λ^m	$Q^D_{10,4}$	$Q^D_{10,5}$	D	$\downarrow$
λ^m	$Q^D_{10,5}$	$Q^D_{10,4}$	D	.
λ^m	$Q^D_{10,6}$	$Q^D_{10,7}$	D	
λ^m	$Q^D_{10,7}$	$Q^D_{10,7,\lambda^m}$	$\overset{1}{\to}$	Echange $\overset{1}{\to}$, λ^m
$\overset{1}{\to}$	$Q^D_{10,7,\lambda^m}$	$Q^D_{10,8,\lambda^m}$	G	$\downarrow$
λ^m	$Q^D_{10,8,\lambda^m}$	$Q^D_{10,9,\lambda^m}$	G	$\downarrow$
$\overset{1}{\to}$	$Q^D_{10,9,\lambda^m}$	$Q^D_{10,9}$	λ^m	. Ceci représente autant de
λ^m	$Q^D_{10,9}$	$Q^D_{10,10}$	D	règles que de lettres en λ^m
λ^m	$Q^D_{10,10}$	q^D_0	D	
a	$Q^D_{10,3}$	$Q^D_{10,11}$	G	r12 - Recherche du $\overset{1}{\to}$
$\overset{\bar{1}}{\to}$	$Q^D_{10,11}$	$Q^D_{10,13}$	G	$\downarrow$
$\overset{1}{\to}$	$Q^D_{10,11}$	$Q^D_{10,13}$	G	$\downarrow$
λ^m	$Q^D_{10,11}$	$Q^D_{10,12}$	D	$\downarrow$
λ^m	$Q^D_{10,12}$	$Q^D_{10,11}$	D	.
$\overset{2}{\to}$	$Q^D_{10,13}$	$Q^D_{10,18}$	G	
λ^m	$Q^D_{10,13}$	$Q^D_{10,14}$	G	
λ^m	$Q^D_{10,14}$	$Q_{10,14,\lambda^m}$	$\overset{1}{\to}$	
$\overset{1}{\to}$	$Q^D_{10,14,\lambda^m}$	$Q^D_{10,15,\lambda^m}$	D	
λ^m	$Q_{10,15,\lambda^m}$	$Q_{10,16,\lambda^m}$	D	

$\xrightarrow{1}$	$Q^D_{10,16,\lambda^m}$	$Q^D_{10,16}$	λ^m	
λ^m	$Q^D_{10,16}$	$Q^D_{10,17}$	G	
λ^m	$Q^D_{10,16}$	q^D_{11}	G	
$\xrightarrow{2}$	$Q^D_{10,13}$	$Q^D_{10,18}$	G	Croisement du $\xrightarrow{1}$ et du $\xrightarrow{2}$.
λ^m	$Q^D_{10,18}$	$Q_{10,18,\lambda^m}$	$\xrightarrow{1}$	$\downarrow$
$\xrightarrow{1}$	$Q^D_{10,18,\lambda^m}$	$Q^D_{10,19,\lambda^m}$	D	$\downarrow$
$\xrightarrow{2}$	$Q^D_{10,19,\lambda^m}$	$Q^D_{10,20,\lambda^m}$	D	$\downarrow$
$\xrightarrow{1}$	$Q^D_{10,20,\lambda^m}$	$Q^D_{10,20}$	λ^m	$\downarrow$
λ^m	$Q^D_{10,20}$	$Q^D_{10,21}$	G	$\downarrow$
$\xrightarrow{2}$	$Q^D_{10,21}$	q^G_{11}	G	.

Voila l'ensemble de règles qui s'appliquent dans la situation relative droite des index.Dans l'autre situation,quand $\xrightarrow{1}$ est à gauche de $\xrightarrow{2}$,on a le jeu qui suit.

$\xrightarrow{1}$	q^G_{10}	$Q^G_{10,0}$	D	
$\xrightarrow{2}$	$Q^G_{10,0}$	$Q^G_{10,2}$	D	
λ^m	$Q^G_{10,0}$	$Q^G_{10,1}$	D	
λ^m	$Q^G_{10,1}$	$Q^G_{10,0}$	D	
λ^m	$Q^G_{10,2}$	$Q^G_{10,3}$	D	
a	$Q^G_{10,3}$	$Q^G_{10,20}$	G	
λ^a	$Q^G_{10,3}$	$Q^G_{10,4}$	G	r13 - retour au $\xrightarrow{1}$
$\xrightarrow{1}$	$Q^G_{10,4}$	$Q^G_{10,6}$	D	$\downarrow$
λ^m	$Q^G_{10,4}$	$Q^G_{10,5}$	G	$\downarrow$
$\lambda^{\xrightarrow{1}}$	$Q^G_{10,5}$	$Q^G_{10,4}$	G	.
$\xrightarrow{2}$	$Q^G_{10,6}$	$Q^G_{10,7}$	D	Vers interchangement des positions des marques.
λ^m	$Q^G_{10,6}$	$Q^G_{10,8}$	D	A droite sur F1 sans change-
λ^m	$Q^G_{10,8}$	$Q_{10,8,\lambda^m}$	$\xrightarrow{1}$	ment de positions relatives
$\xrightarrow{1}$	$Q^G_{10,8,\lambda^m}$	$Q^G_{10,9,\lambda^m}$	G	des $\xrightarrow{1}\xrightarrow{2}$.

λ^m	$Q^G_{10,9,\lambda^m}$	$Q_{10,10,\lambda^m}$	G	
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,10,\lambda^m}$	$Q^G_{10,11}$	λ^m	
λ^m	$Q^G_{10,11}$	$Q^G_{10,12}$	D	
λ^m	$Q^G_{10,12}$	q^G_0	D	

λ^m	$Q^G_{10,7}$	$Q^G_{10,13,\lambda^m}$	$\overset{1}{\rightarrow}$	Position interchangée des marques.
$\overset{i}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,13,\lambda^m}$	$Q^G_{10,14,\lambda^m}$	G	
$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,14,\lambda^m}$	$Q^G_{10,15,\lambda^m}$	G	↓
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,15,\lambda^m}$	$Q^G_{10,16}$	λ^m	↓
λ^m	$Q^G_{10,16}$	$Q^G_{10,17}$	D	↓
$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,17}$	q^D_0	D	.

a	$Q^G_{10,3}$	$Q^G_{10,20}$	G	r12.
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,20}$	$Q^G_{10,22}$	G	
$\lambda\overset{i}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,20}$	$Q^G_{10,21}$	G	
$\lambda\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,21}$	$Q^G_{10,20}$	G	
λ^m	$Q^G_{10,22}$	$Q^G_{10,23}$	G	
λ^m	$Q^G_{10,23}$	$Q^G_{10,23,\lambda^m}$	D	
λ^m	$Q^G_{10,23,\lambda^m}$	$Q^G_{10,24,\lambda^m}$	D	
$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{10,24,\lambda^m}$	$Q^G_{10,24}$	λ^m	
λ^m	$Q^G_{10,24}$	$Q^G_{10,25}$	G	
λ^m	$Q^G_{10,25}$	$Q^G_{10,26}$	G	
λ^m	$Q^G_{10,26}$	q^G_{11}	$\overset{1}{\rightarrow}$	

Il est visible que plus que le résultat est importante la manière de le démontrer.En effet on est obligé de se donner des moyens de programmation qui permettent d'aboutir à la construction de la machine image dans tous les cas.Ce sont ces moyens de programmation qui montrent vraiment ce que sont les propriétés de la machine,et comment il faut les utiliser.Et encore mieux que cela,ils permettent de critiquer les défauts de structure ou d'organisation suggérant par là au moins la direction dans laquelle il est bon de chercher un perfectionnement.

Je vais donc me donner un cas sous une forme générale et construire la forme image en termes de machine de Turing.Je choisis un descriptif partiellement sous forme de graphe dans l'espoir qu'il soit plus facile à lire pour l'observateur humain.Les éléments du graphe sont des représentations simples de petites procédures faciles à retrouver.

Les six instructions suivantes représentent pratiquement tout ce qu'on peut trouver de formes dans un algorithme de M2,avec en plus,le fait qu'elles constituent un groupe ayant un état commun de partie gauche.

r1	x1	qi	F1	F1	qj1	D
r2	x2	qi	F1	F2	qj2	G
r3	x3	qi	F2	F2	qj3	x5
r4	x4	qi	F2	F1	qj4	x6
r5	x7	qi	F1	F1	qj5	G
r6	x8	qi	F1	F2	qj6	D

Image Gauche des règles r1 à r4 qui démarre à l'état q_i^G .

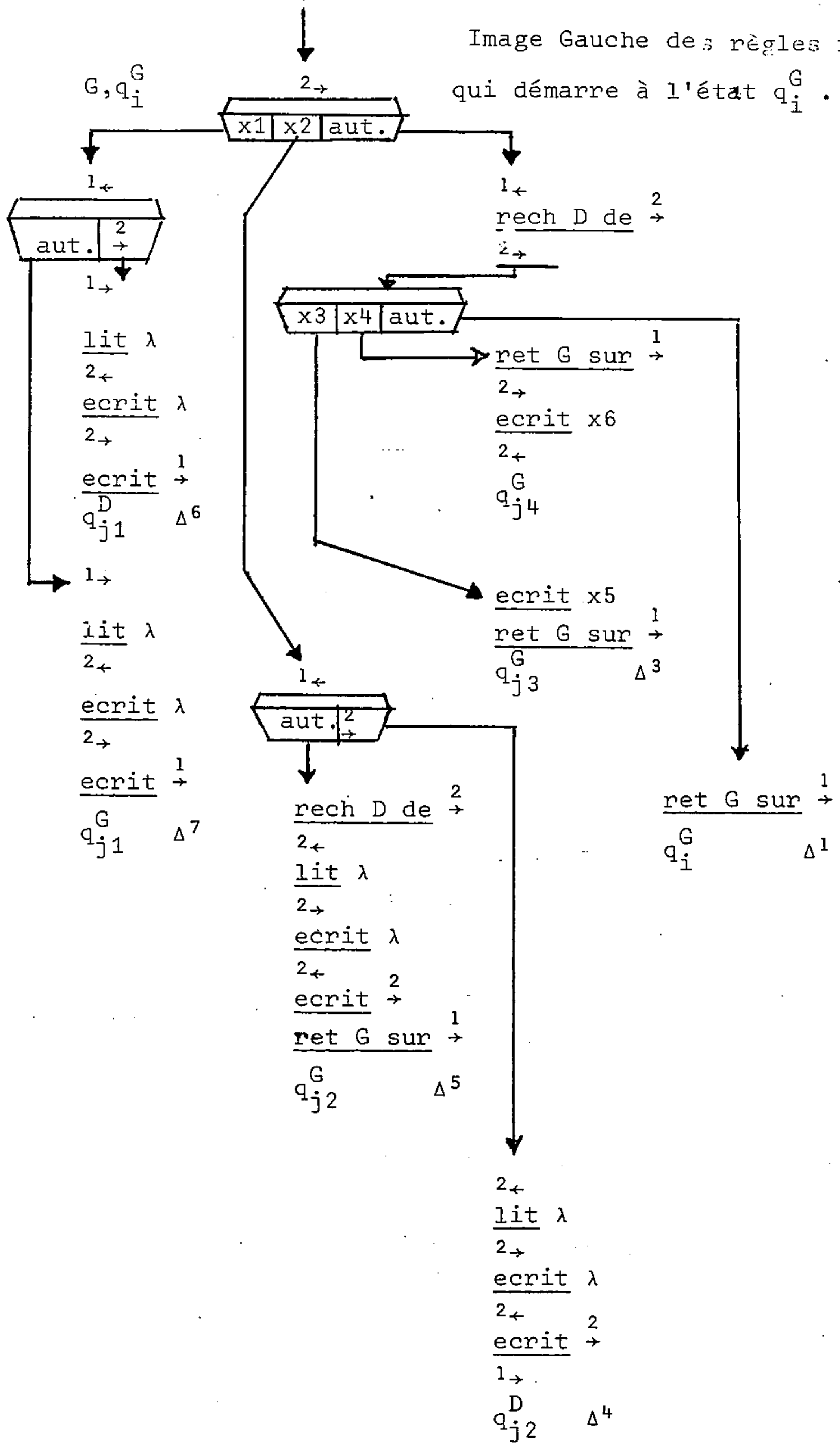
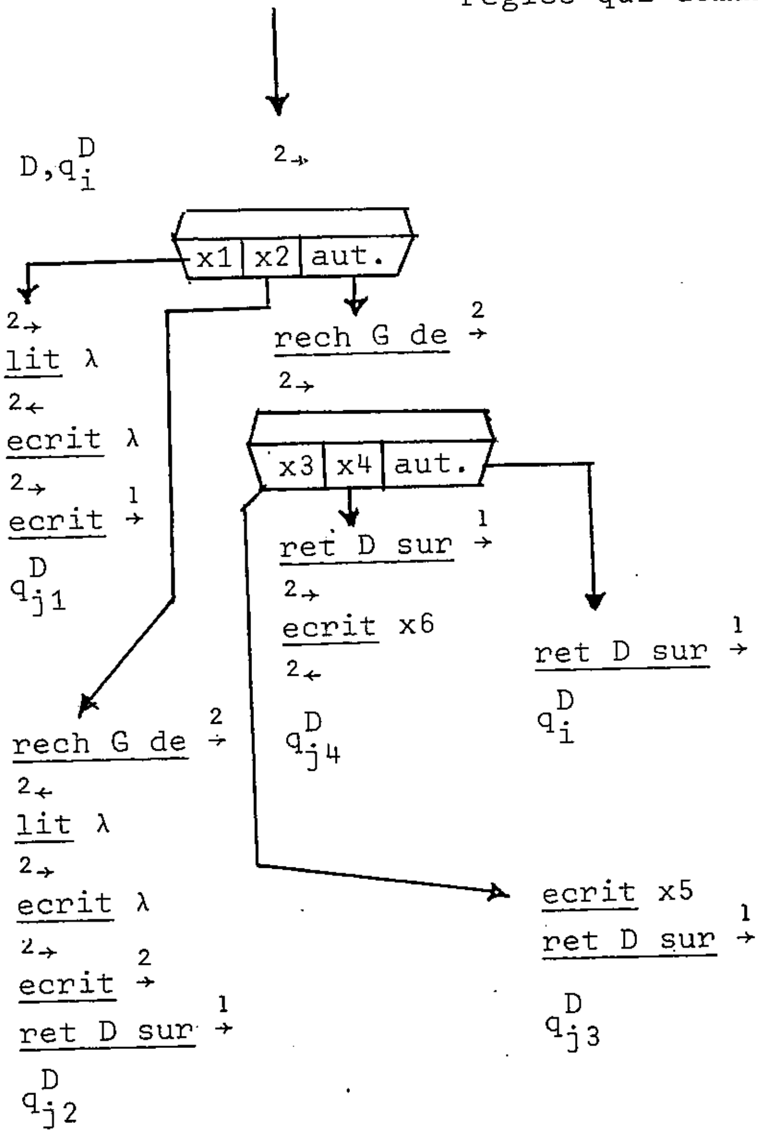


Image Droite de ces quatre règles qui démarre à l'état q_i^D .



Je vais écrire ces algorithmes sous la forme classique de la machine de Turing.Cela donne des développements un peu pénibles,mais cela montre en toute généralité une forme possible de ces algorithmes.

1	$\overset{1}{\rightarrow}$	q_i^G	$Q_{i,1}^G$	D		
2	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,1}^G$	$Q_{i,2}^G$	D		
3	x1	$Q_{i,2}^G$	$Q_{i,29}^G$	D		x1 $Q_{i,2}^G$ $Q_{i,3}^G$ G
4	x2	$Q_{i,2}^G$	$Q_{i,18}^G$	G	$\rightarrow$	Δ^5 Δ^4
5	$\lambda^{x1,x2}$	$Q_{i,2}^G$	$Q_{i,3}^G$	G		x2 $Q_{i,2}^G$ $Q_{i,3}^G$ G
6	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{i,3}^G$	$Q_{i,5}^G$	D		
7	λ^m	$Q_{i,3}^G$	$Q_{i,4}^G$	D		
8	λ^m	$Q_{i,4}^G$	$Q_{i,3}^G$	D		
9	λ^m	$Q_{i,5}^G$	$Q_{i,6}^G$	D		
10	x3	$Q_{i,6}^G$	$Q_{i,15}^G$	x5	$\rightarrow$ Δ^3	
11	x4	$Q_{i,6}^G$	$Q_{i,9}^G$	G	$\rightarrow$ Δ^2	
12	$\lambda^{m,x3,x4}$	$Q_{i,6}^G$	$Q_{i,7}^G$	G	$\rightarrow$ Δ^1	
13	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,7}^G$	$Q_{i,8}^G$	G		
14	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{i,7}^G$	q_i^G	$\overset{1}{\rightarrow}$	Δ^1	
15	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,8}^G$	$Q_{i,7}^G$	G		
16	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,9}^G$	$Q_{i,10}^G$	G		
17	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{i,9}^G$	$Q_{i,11}^G$	D		
18	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,10}^G$	$Q_{i,9}^G$	G		
19	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,11}^G$	$Q_{i,12}^G$	D		
20	λ^m	$Q_{i,12}^G$	$Q_{i,13}^G$	x6		
21	x6	$Q_{i,13}^G$	$Q_{i,14}^G$	G		
22	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,14}^G$	q_{j4}^G	G	Δ^2	
23	x5	$Q_{i,15}^G$	$Q_{i,16}^G$	G		
24	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,16}^G$	$Q_{i,17}^G$	G		
25	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q_{i,16}^G$	q_{j3}^G	$\overset{1}{\rightarrow}$	Δ^3	
26	$\lambda^{\overset{1}{\rightarrow}}$	$Q_{i,17}^G$	$Q_{i,16}^G$	G		
27	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q_{i,18}^G$	$Q_{i,21}^G$	G		
28	$\lambda^{\overset{2}{\rightarrow}}$	$Q_{i,18}^G$	$Q_{i,19}^G$	D		

29	λ^m	$Q^G_{i,19}$	$Q^G_{i,20}$	D	
30	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,20}$	$Q^G_{i,21}$	G	$\rightarrow \Delta^5$
31	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,21}$	$Q^G_{i,22}$	G	
32	λ^m	$Q^G_{i,22}$	$Q^G_{i,22,\lambda}$	D	
33	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,22,\lambda}$	$Q^G_{i,23,\lambda}$	D	
34	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,23,\lambda}$	$Q^G_{i,23}$	λ	
35	λ	$Q^G_{i,23}$	$Q^G_{i,24}$	G	
36	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,24}$	$Q^G_{i,25}$	G	
37	λ	$Q^G_{i,25}$	$Q^G_{i,26}$	$\overset{2}{\rightarrow}$	
38	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,26}$	q^D_{j2}	D	Δ^4
39	λ^m	$Q^G_{i,21}$	$Q^G_{i,22}$	G	
40	λ^m	$Q^G_{i,22}$	$Q^G_{i,22,\lambda^m}$	D	
41	λ^m	$Q^G_{i,22,\lambda^m}$	$Q^G_{i,23,\lambda^m}$	D	
42	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,23,\lambda^m}$	$Q^G_{i,23}$	λ^m	
43	λ^m	$Q^G_{i,23}$	$Q^G_{i,24}$	G	
44	λ^m	$Q^G_{i,24}$	$Q^G_{i,25}$	G	
45	λ^m	$Q^G_{i,25}$	$Q^G_{i,26}$	$\overset{2}{\rightarrow}$	
46	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,26}$	$Q^G_{i,27}$	G	
47	$\overset{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,27}$	q^G_{j2}	$\overset{1}{\rightarrow}$	Δ^5
48	λ^m	$Q^G_{i,27}$	$Q^G_{i,28}$	G	
49	λ^m	$Q^G_{i,28}$	$Q^G_{i,27}$	G	
50	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,29}$	$Q^G_{i,30}$	D	$\rightarrow \Delta^6$
51	λ^m	$Q^G_{i,29}$	$Q^G_{i,35}$	D	$\rightarrow \Delta^7$
52	λ^m	$Q^G_{i,30}$	$Q^G_{i,31,\lambda^m}$	G	
53	$\overset{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,31,\lambda^m}$	$Q^G_{i,32,\lambda^m}$	G	
54	$\overset{i}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,32,\lambda^m}$	$Q^G_{i,32}$	λ^m	
55	λ^m	$Q^G_{i,32}$	$Q^G_{i,33}$	D	

56	$\stackrel{2}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,33}$	$Q^G_{i,34}$	D	
57	λ^m	$Q^G_{i,34}$	q^D_{j1}	$\stackrel{1}{\rightarrow}$	Δ^6
58	λ^m	$Q^G_{i,35}$	$Q^G_{i,35,\lambda^m}$	G	
59	λ^m	$Q^G_{i,35,\lambda^m}$	$Q^G_{i,36,\lambda^m}$	G	
60	$\stackrel{1}{\rightarrow}$	$Q^G_{i,36,\lambda^m}$	$Q^G_{i,36}$	λ^m	
61	λ^m	$Q^G_{i,36}$	$Q^G_{i,37}$	D	
62	λ^m	$Q^G_{i,37}$	$Q^G_{i,38}$	D	
63	λ^m	$Q^G_{i,38}$	q^G_{j1}	$\stackrel{1}{\rightarrow}$	Δ^7

Je n'ai pas traité les cas de r5 et r6 qui ne présentent pas de véritable difficultés.Je vais essayer d'exprimer les raisons qui permettent d'assurer la conviction de l'égalité des puissances de nos deux machines.

Les hypothèses A,B,C,D,E,F,G,H et I dans le cadre desquelles je me place,permettent d'obtenir une construction dont il faut vérifier qu'elle a bien les propriétés cherchées.

L'hypothèse A (double jeu de règles) permet,partant de q^G_i d'aboutir à q^D_{j1} et q^D_{j2} par déplacement relatif de $\stackrel{1}{\rightarrow}$ et de $\stackrel{2}{\rightarrow}$ .L'application de l'image de r1 qui déplace la marque $\stackrel{1}{\rightarrow}$ de deux cases à droite risque de lui faire sauter la marque $\stackrel{2}{\rightarrow}$,et dans ce cas,on passe à un état q^D susceptible de faire intervenir ce coup-ci l'image droite de la règle qui s'applique ensuite.L'application de l'image gauche de la règle r2,qui déplace la marque $\stackrel{2}{\rightarrow}$ de deux cases à gauche, risque de lui faire sauter la marque $\stackrel{1}{\rightarrow}$,et dans ce cas on passe encore à un état de type q^D pour la même raison.

L'hypothèse B (indiçage des états intermédiaires) n'est qu'une commodité de marquage systématique pour éviter les confusions.

L'hypothèse C (transport d'une valeur) se vérifie dans les règles:

32,33,34 du Δ^4

40,41,42 du Δ^5

52,53,54 du Δ^6

58,59,60 du Δ^7

L'hypothèse D (placement de $\overset{1}{\rightarrow}$ à gauche de $\overset{2}{\rightarrow}$) doit être couplée à la mise en l'état initial de la machine sur la valeur q_0^G .

L'hypothèse E (avant toute application de règle la tête de la M1 est sous la case qui contient $\overset{1}{\rightarrow}$) est ce qui permet l'enchaînement des images de règles .Cette hypothèse se retrouve dans les règles de la M2:

22,25,38,47,57 et 63.

L'hypothèse F (regroupement des règles selon l'état de la partie gauche) permet de construire une image du groupe de règles qui laisse une chance égale d'application à chacune des images de chacune des règles du groupe.Lorsque la machine est en l'état qui est commun au groupe de règles,on essaye la première,si celle-ci ne s'applique pas,c'est le cas si on rencontre d'autres lettres que celle qui est exigée,on revient en arrière.Et là on essaye la seconde règle.Si celle-là ne s'applique pas non plus on revient encore en arrière et on tente la suivante.Etc.Bien sur si aucune ne s'applique,cela correspond à la même situation de crise que la machine origine.

Il faut remarquer qu'une telle construction peut faire apparaître une non-déterministicité sémantique qu'il faut respecter.En effet rien n'empêche,par exemple,que les conditions d'application des règles r1 et r3 soient vérifiées simultanément avec un x1 sur F1 et un x2 sur F2.

Ainsi les règles 5,6,7,8 et 9 s'applicant lorsque la première,la

5 a constaté que ni l'image de r1,ni celle de r2 ne s'appliquent, amènent aux règles 10 et 11 qui vérifient si r3 ou r4 s'appliquent.

Pour respecter une éventuelle non-déterministicité sémantique,il suffit d'ajouter des règles telles que les doubles de 3 et de 4, qui même en cas d'application de 3 ou 4 laissent leur chance aux images des règles suivantes.

Ici une petite discussion s'impose.Le fait de représenter les deux rubans de M2 en utilisant des cases alternées du ruban de M1, respecte l'illimité des représentations aussi bien à gauche qu'à droite sur le ruban unique.

En conséquence il va falloir simuler le jeu des deux têtes de lecture à l'aide d'une seule.Comme on le voit sur les règles r1,r2 r3 etc. d'une règle à l'autre et même au sein d'une même règle il faut passer de l'image de l'un des rubans à l'autre.Pour cela,se situant sur l'une des marques $\overset{1}{\rightarrow}$ ou $\overset{2}{\rightarrow}$,il faut pouvoir facilement localiser l'autre.C'est ce que permet le double jeu d'états images des états de la machine M2.Que la marque $\overset{1}{\rightarrow}$ soit à gauche ou à droite de la marque $\overset{2}{\rightarrow}$,il existe toujours un jeu de règles qui s'applique.Il suffit à ce moment-là de surveiller les transitions.Ce qui est fait comme on vient de la voir.

Il devient alors évident que la machine M1 qui achève son travail aboutit à une configuration qui ne peut être que l'image de la configuration à laquelle aurait abouti la machine M2 qui lui correspond en fin de son travail.

Si la machine M1 se bloque en un point de son calcul,c'est que son homologue M2 se serait bloquée dans les mêmes circonstances.

Enfin si la machine M2 est non-déterministique,soit syntaxiquement soit sémantiquement soit les deux à la fois,la machine image possède la même propriété.L'équivalence des machines à un et deux rubans est ainsi montrée.

Il reste à montrer la propriété pour les machines à "n" rubans.

PUISSANCE DES MACHINES A 1 ET n RUBANS.

La technique employée dans la précédente démonstration devient ici difficile d'emploi.En effet la difficulté essentielle demeure la même: une machine à n file dispose de n têtes de lecture.Dans la machine à file unique il faut donc simuler ces différentes têtes.Il est possible,comme dans le cas précédent d'utiliser la position relative des différentes marques images des têtes de la Mn. Mais alors il faut prendre pour les marques des jeux de valeurs suffisants pour que,se trouvant sur l'une des marques on sache la direction à prendre pour retrouver n'importe laquelle des autres marques ,et cela à chaque étape du calcul.L'inconvénient est d'aboutir à des nombres de marques considérables,ce qui ne simplifie pas l'algorithme par ailleurs.

Il est plus simple d'employer la méthode de la butée.Cette méthode conserve son caractère de simplicité quelle que soit la valeur de n.

Je choisis une représentation de la configuration à n rubans de la Mn sur le ruban de la M1.Je formule en conséquence les points suivants:

A) Je considère le ruban de la M1 comme s'il était subdivisé en tranches de n+1 cases.

B) Dans chaque tranche,la première case,ou case d'ordre 1 est réservée à une lettre du premier ruban de la Mn,la deuxième case,ou case d'ordre 2 à une lettre du second ruban de la M^n,la case d'ordre n à une lettre du ruban numéro n de la Mn.

C) Une configuration instantanée de Mn est reportée sur le ruban de M1,en prenant dans l'ordre chaque lettre du ruban 1 et en la reportant également dans l'ordre dans la suite des cases d'ordre 1 prises dans une suite de tranches,chaque lettre du ruban 2 est reportée dans une case d'ordre 2,chaque lettre du ruban n est reportée dans une case d'ordre n.Les images des n rubans ne commencent pas forcément dans la même tranche.

D) La lettre de chaque ruban qui est marquée par la tête de lecture,est reportée sur deux cases de l'ordre correspondant sur deux tranches successives.A gauche on met une marque $\overset{i}{\rightarrow}$ si i est le numéro du ruban,la lettre elle-même est notée à droite.Je reprends ici le même codage que dans l'exemple précédent.

Pour n rubans il me faut donc n marques: $\overset{1}{\rightarrow}, \overset{2}{\rightarrow}, \overset{3}{\rightarrow}, \ldots, \overset{n}{\rightarrow}$.

E) Je me donne une marque générale,notée: ∞ qui sert de butée,ou de réflecteur.Elle devra se trouver dans l'une des cases d'ordre n+1,choisie pour que la tranche qui contient cette case soit à droite de la tranche la plus à droite parmi celles qui contiennent des marques $\overset{i}{\rightarrow}$ .Et on s'arrangera pour qu'il en soit toujours ainsi.

F) A chaque temps mort (avant l'application d'une règle) la tête de lecture de la M1 doit se trouver sous la marque $\overset{1}{\rightarrow}$.

<u>Conséquences.</u>

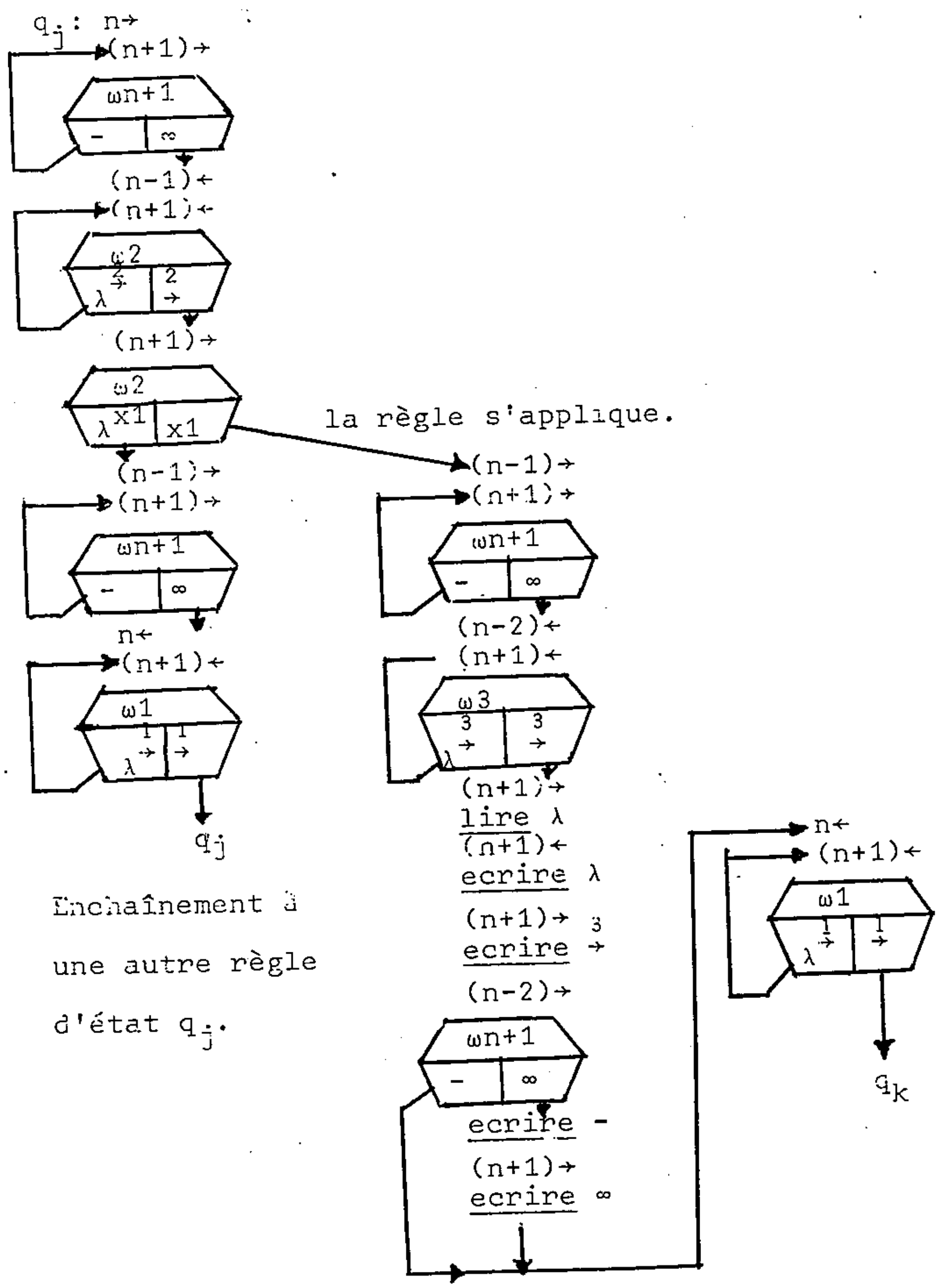
A toute règle de la Mn qui comporte D en partie droite il faut faire correspondre une image qui,par exemple après avoir déplacé la marque correspondante,explore la case d'ordre n+1 de la tranche où vient d'être placée cette marque,et si elle y rencontre la butée ∞ la déplace de n+1 cases à droite.

Moyennant cette précaution,toutes les marques: $\overset{1}{\rightarrow}$, $\overset{2}{\rightarrow}$,..., $\overset{n}{\rightarrow}$ se trouvent en permanence à gauche de la marque ∞ .

L'alphabet de la M1 se compose de l'union des alphabets de la Mn à laquelle on rajoute les n marques $\overset{1}{\rightarrow}$,$\overset{2}{\rightarrow}$,... , $\overset{n}{\rightarrow}$ et en plus les lettres - et ∞ qui servent pour les cases d'ordre n+1,dans lesquelles bien sur ∞ n'est présente qu'une fois.

Je note avec λ toute lettre de l'union des alphabets de Mn.Et j'imagine une règle de la forme:

x1 q_j F2 F3 q_k D



L'écriture ωx me sert à désigner le numèro d'ordre de la case dans la tranche, sur laquelle je travaille.

En se reportant à l'exemple précédent, on constate que toutes les fonctions èlémentaires utilisées dans cet algorithme peuvent se décrire facilement en termes de machine de Turing.

Si les règles de la Mn sont par paquets ayant un même état en partie gauche, l'image de la règle qui ne s'applique pas ramène la machine à l'état initial, ici en q_j. Cela permet à l'image de toute autre règle en q_j de s'appliquer à son tour, et soit parachève le travail de la règle origine si c'est possible, soit ramène à l'état initial q_j.

Si la machine Mn peut avoir de la non-déterministicité sémantique, il suffit de doubler la dernière règle qui ramène sur la marque $\overset{1}{\rightarrow}$ par une règle qui remet la machine en l'état q_j.

CONCLUSION.

On peut ainsi conclure que les moyens de programmation choisis sont tels qu'ils permettent d'affirmer le résultat suivant:

Il n'existe pas de machine Mn dont on ne puisse pas construire au moins un équivalent sous forme de machine de Turing.

Conséquence: multiplier les rubans ne modifie pas la puissance de la machine. Mais, par contre, cela peut parfois tellement simplifier la programmation qu'on est fondé de se poser la question.

Le raisonnement que j'utilise est basé sur le principe suivant: je me donne une machine Mn qui est constituée d'un algorithme γ_i et, au départ d'une configuration initiale C_{n0}. L'application de γ_i sur C_{n0} va aboutir à l'obtention d'une configuration C_{nt} résultat du calcul. Les deux configurations ainsi que toutes les intermédiaires sont normalement étalées sur n rubans différents.

Sur la M1 je choisis une représentation R des configurations de Mn, dont la propriété essentielle consiste à permettre l'étalement illimité à droite et à gauche de chaque image d'une file de Mn.

Je me donne également des moyens systématiques de construire une image de γ_i que je désigne alors par $T(\gamma_i)$ et qui est telle que, partant d'une application instantanée quelconque de γ_i sur C_{nj} qui me donne $C_{n(j+1)}$, j'obtienne par application de $T(\gamma_i)$ sur $R(C_{nj})$ le résultat $R(C_{n(j+1)})$.

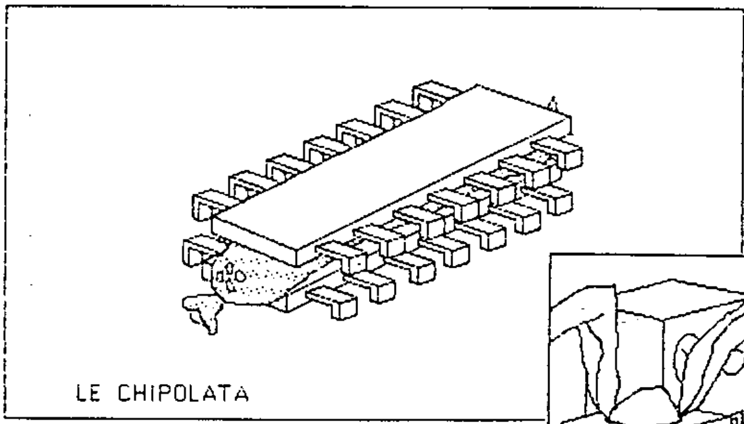
Si je peux calculer R et T qui aient ces propriétés alors:

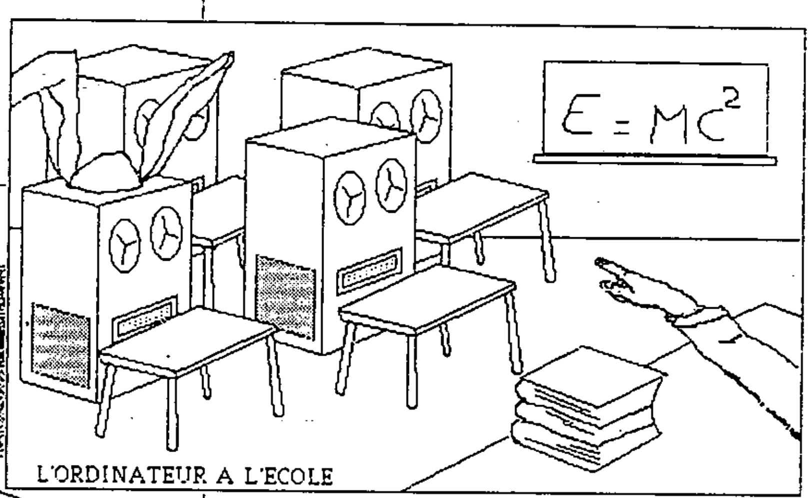
$$\gamma_i : C_{n0} \to C_{nt}$$

entraîne $T(\gamma_i) : R(C_{n0}) \to R(C_{nt})$

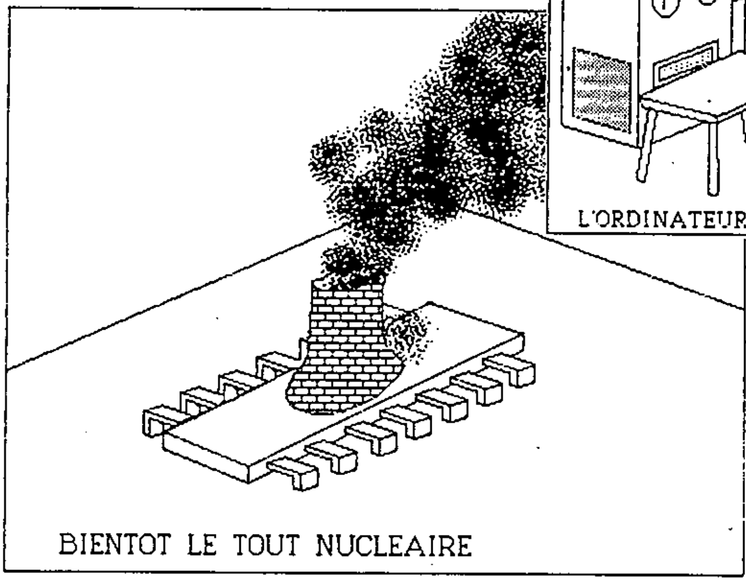
La vérification sur quelques exemples montre que ça marche au moins pour ces cas-là.

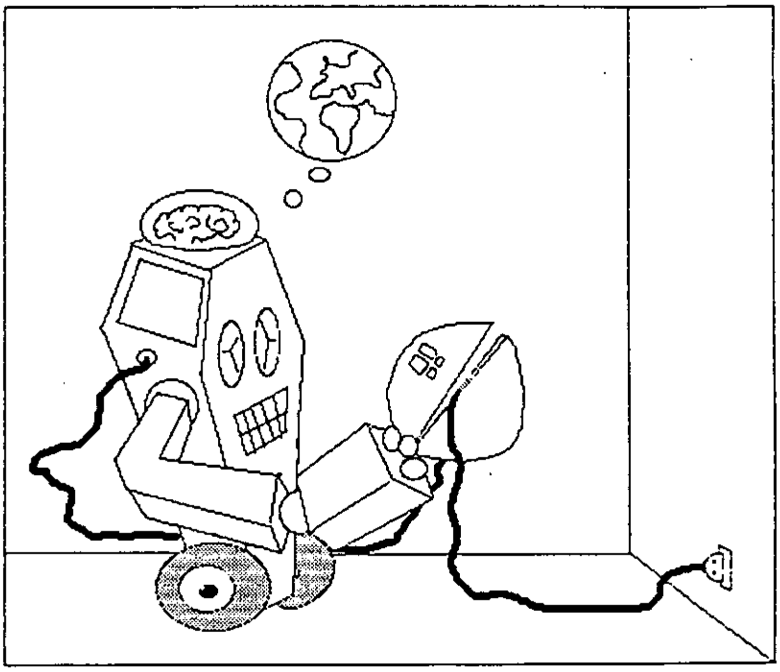
VOUZZAVEDIBISAR


LE CHIPOLATA



L'ORDINATEUR A L'ECOLE


BIENTOT LE TOUT NUCLEAIRE


LE PREMIER ORDINATEUR INTELLIGENT SE SUICIDE ...