

**LABORATOIRE D'INFORMATIQUE THEORIQUE
& APPLICATIONS DE MARSEILLE
L.I.T.A.M.**

Faculté des sciences Economiques

UNIVERSITE d'AIX-MARSEILLE II

ISSN 0291 - 5413

INFORMATIQUE FONDAMENTALE & APPLICATIONS
Comité de réduction
E. Bianco A. Cusin P. Isoardi J.P. Lehmann R. Stutzmann
Dépositaire B.U. Sc. Eco. Aix-Mars. II

SOMMAIRE

P1 ... EDITORIAL:
Société, informatique et relaxation.

P6 ... Mathématiques du multicritère.

P18 ...Système de Post:
Construction de phrases.

P26 ... OOUZZAUEDIBISAR.
Climat.

Mars 1990

**Adresse postale : FACULTÉ DES SCIENCES ECONOMIQUES
LITAM
14 rue Puvis de CHAVANNES 13001 MARSEILLE
91 90 13 20 P 420 et 421**

SOCIETE, INFORMATIQUE et RELAXATION.

L'imagination au pouvoir !

Doucement... doucement. Ce cri du cœur est un rien rafraîchissant face à l'inévitable sottise administrative et à la sourde obstination de ceux qui ont tout sacrifié pour atteindre au Pouvoir. Mais si l'on y réfléchit bien n'est-il pas quelque peu dangereux, et par ses multiples applications, la source de nombre de nos maux et souvent les pires ?

N'est-ce pas là quelque chose qui s'apparente à certains concepts qu'on rassemble sous le vocable de "liberté", du genre: "liberté d'entreprise" ? et qui par une extension toute naturelle se prolonge par d'autres concepts tels que "monde libre".

Je n'irai pas jusqu'à soulever la question de savoir très précisément ce qu'est l'imagination. Je m'en tiendrai simplement au sens intuitif communément admis. La question, si question il y a, me paraît se scinder en deux univers parfaitement étrangers l'un à l'autre et s'alimentant l'un, l'autre, dans leur antagonisme.

Le premier univers, sorte d'univers-refuge est celui du rêve, tout y est permis et fort heureusement, la plupart des violences y anihilent leur énergie en roulant comme des vagues au milieu des rochers du rivage. Quand la houle se brise, s'il n'y a pas trop de mazout alors l'eau s'oxygène.

L'autre, est notre monde réel victime de l'application des idées qui servent au mieux le système en place. Notre monde moderne est celui du mercantilisme. Est bon tout ce qui peut se vendre. Même au rayon des idées le marché s'est ouvert. Il y a les bonnes idées celles dont on pense qu'elles peuvent se transformer en espèces sonnantes et trébuchantes, et les autres. Il ne faut plus alors s'étonner si les idées dont on peut estimer qu'elles risquent de déprécier les premières tombent carrément sous le coup de la loi, et sont plus durement réprimées que le pire des crime.

Songez un peu à la vente des armes, et l'imagination fournit encore l'excuse, comme le déclare officiellement un Ministre (du budget), " Si je n'en vends pas, d'autres le feront, alors ... "

Bien sur c'est là de l'imagination de Ministre, mais tout de même. Et quelle imagination pour fabriquer un mensonge et le faire vivre, et quelle imagination pour réussir à convaincre qu'on a tout expliqué alors qu'on n'a rien dit du tout!

Le nom de la rose est pour Umberto Eco une excellente démonstration que de la rose il ne reste que le nom. Déjà dans le langage ... Les mots ont vraisemblablement été inventés pour la communication d'informations importantes, dans un âge où tout était danger autour de ce pauvre singe frileux. On peut raisonnablement penser que, peu à peu ces mots se sont chargés de sens et d'images et sont devenus le support de merveilleux projets. Et c'est là que

l'imagination a commencé à commettre ses méfaits. Il devenait possible de se construire des leurres tous plus tentateurs les uns que les autres.

Et puis il fallait alors inventer les moyens pour rendre réelles ces utopies, et on imaginait des solutions. Certaines, techniques, amélioraient directement la situation comme les armes pour vaincre les animaux, ou les outils pour améliorer le climat, le feu, la pioche, la caverne...

On s'apercevait alors que pour réussir un projet il fallait être d'accord à plusieurs, et il paraît naturel d'imaginer (toujours le même processus) que la famille a constitué la première tribu. Et puis, petit à petit les projets sont devenus plus ambitieux exigeant davantage de partenaires. Pendant que cette organisation se développait par l'accumulation de moyens il est tout aussi vraisemblable de penser que rarement le projet d'utilisation de ces moyens devait rencontrer une unanimité touchante. Alors que pensaient ceux dont le génie avait été écarté ? Et non seulement le génie mais aussi l'accès aux richesses.

Il n'est pas tout-à-fait hasardeux d'envisager que de là sont nés la trahison et la nécessité d'inventer une loi sociale qui rende les choses plus ou moins automatiques. L'héritage, la propriété ... Les armes existaient on imagine de s'en servir pour régler une nouvelle catégorie de problèmes.

L'homme est un animal grégaire. Pour envisager des projets de plus en plus importants il a fallu grouper de grandes masses d'individus, en démolissant la tribu, on faisait naître la cité qui, finalement isolait l'individu plus que de le rassembler. En réaction la cellule familiale, dernier bastion de la tribu, se renforçait avec toutes ses contradictions. Du Pater familias romain au bon Bourgeois du XIX siècle, se créait un ordre à base d'autocratie pour stabiliser un milieu confiné sans défolement.

Un ordre universel est de nos jours, en pleine gestation avec la destruction quasi définitive de la cellule de base, la famille, et la prise en compte de l'individu par l'ensemble de la société. Le papet et la mamet ne sont plus ces vieux qui finissaient leurs jours plus ou moins calmement dans la famille en transmettant leur savoir aux petits enfants, gage de stabilité sociale. Anonymes, ils sont pris en charge dans des organismes d'état et bientôt dans des organismes mondiaux. La nation est en passe de disparaître au même titre que la tribu puis la cité.

Comment se place l'imagination dans cette gigantesque évolution ? Sans doute pas dans un rôle très reluisant. Il faut trouver le moyen de faire marcher une masse de plus en plus grande de gens qui paraissent plutôt disposés à s'égailler dans des variations souvent saugrenues. On n'a pas trop le choix il faut convaincre ou terroriser.

Convaincre fait certes appel à beaucoup d'imagination, mais c'est long et hasardeux, de plus tout le monde ne souhaite pas être convaincu. Il reste la peur. La simple menace exercée par la force est insuffisante, par exemple nos épouvantails judiciaires n'ont jamais pu enrayer ce qu'ils appellent le crime. Et encore moins le crime d'état.

C'est là que l'imagination a démontré toute sa puissance. Héritée vraisemblablement des peurs ancestrales du singe nu qui commençait à se représenter les dangers qui le menaçaient à tout instant, il traînait un fonds de superstition. Quelques esprits habiles ont su exciter l'imagination de leurs victimes en créant des peurs autoréflexes d'autant plus puissantes qu'elles étaient irraisonnées et que ne manquaient pas les occasions dramatiques de "prouver" l'existence d'une entité féroce, sans merci, injuste, ignoble, dont Caën fut la première victime. Le manipulateur pouvait alors montrer qu'il ne travaillait pas pour lui-même et le génie résidait en ce que Dieu puisqu'il faut le nommer, par définition est capable de tout donner mais ne se sent pas tenu de respecter ses promesses et répond naturellement au "bien" par le "mal" pour "éprouver" son sujet.

Donc rien à en attendre mais surtout respecter les consignes, car attention à ton arrivée dans l'au-delà, le Grand Juge, les trompettes les cavaliers de l'apocalypse, on ne lésine pas sur le côté Grand Guignol. Qu'un tel bourrage de crâne ait pu prouver une telle efficacité pendant des dizaines de siècles, ce n'est pas Ignace de Loyola qui me contredira, cela tient du miracle.

Du miracle de l'imagination.

De l'imagination malade, et l'imagination devient rapidement malade dans l'isolement et le blocage que crée la société organisée. La douleur imaginée fait bien souvent plus mal que la douleur elle-même.

Tout est donc prêt pour que s'organisent de fantastiques phénomènes de relaxation. Le principe en est simple. On invente quelque chose. Quelqu'un lance une idée. Aussitôt un groupe avisé s'engouffre dans la brèche et ravage tout sur son passage, il faut une longue période de réactions, de normalisation, de canalisation de ces forces déchaînées pour limiter les dégâts. Quand tout apparaît de nouveau stabilisé dans une certaine normalité, mais qui n'est plus la même qu'avant l'expérience, et certains appellent cela l'évolution, alors on invente un autre champ d'exploration. Des exemples ?

Des exemples.

Un jour, quelqu'un a pensé à greffer un cœur, aussitôt on s'est mis à greffer des cœurs de partout à tort et à travers; quelques expériences réussies justifiant tout le reste, là le mouvement s'est freiné seul. On manquait de donneurs, et je frissonne rien qu'à imaginer ce qui aurait pu se passer si nous vivions encore sous l'Inquisition.

Il y eut même des idées généreuses qui ont vraiment mal tourné. C'est le cas de ce qu'on ose encore appeler l'assainissement. Il est vrai qu'il y a peu de temps encore Paris s'annonçait de fort loin au voyageur par une odeur qui n'était pas de sainteté. Mais de nos jours il n'existe plus de rivière qui ne soit le pire des égouts. On ne compte plus les espèces qui hantaient nos cours d'eaux et qui ont disparu. A tort et à travers on a organisé le rejet des eaux usées sans respecter les eaux propres, sans jamais réfléchir aux conséquences à long terme.

Quand on a inventé la bourse, on s'était aperçu qu'une entreprise n'était au fond qu'une marchandise comme une autre, de petits malins se sont aperçus qu'il y avait là de quoi accroître son pouvoir. Tous les coups étaient bons, on ruinaît le concurrent, on rachetait à bas prix pour revendre au plus fort du cours, on jetait des familles à la rue, un nouveau pouvoir était né une nouvelle police aussi. Il a fallu deux siècles pour créer quelques lois qui limitent un peu le massacre, en grande partie sous la pression des syndicats. Au moins en apparence tout ce qui était possible alors ne l'est plus forcément. Une lente réaction a permis d'endiguer un peu le flot. Ce qui n'empêche pas que de temps à autres apparaissent de nouveaux coups du genre de l'OPA.

S'il existe un mécanisme basé sur la peur c'est bien celui-là. Chaque fois qu'un dictateur maître du pétrole fait un discours, New-York, Londres, Paris s'effondrent. Cela fonctionne comme une colique, une rumeur déclenche une panique l'intestin se liquéfie brutalement et il faut de longues médications pour rééquilibrer l'ensemble.

Pire,

pendant une longue période rien ne s'était passé, pas de drame sensible, je veux dire pas de menaces sur le bon ordre du commerce, car ce ne sont pas les déportations de populations, les génocides, les atteintes diverses aux droits de l'homme qui font frissonner la Bourse. Cependant, les gens du milieu devenaient nerveux, il n'était pas ressenti comme normal que le fric puisse pousser aussi bien aussi longtemps, quand tout-à-coup une sorte de vague déferlante, une onde de terreur, a ravagé ce monde frileux, prêt à se terrer à la moindre alerte. La plus grande crise de tous les temps, sans causes véritablement sérieuse avait frappé.

Quand on eut assez agité le spectre de l'épuisement des ressources naturelles, pétrole, gaz, charbon, on se mit à foncer dans le nucléaire. Il fallait faire vite car le peuple sous l'impulsion d'une petite élite commençait à grogner. On fit vite, si vite que nombre de constructions réalisées à la hâte ne purent jamais vraiment fonctionner. Et puis il y eut des accidents, Three Miles Island, Tchernobyl, et bien d'autres encore. Jamais communiqués officiels ne furent plus rassurants, jamais si bien édulcorés. A les en croire il s'agissait là plutôt de bienfaits de l'humanité que de crimes extrêmement grave envers la santé mondiale.

Nous en sommes encore à la période où tout et n'importe quoi peut être réalisé. Aucune réaction n'a encore été suffisante pour imposer un contrôle un peu sérieux non pas même pour savoir si les centrales étaient fiables, mais pour être sur que les ayant construites, la vie n'était pas déjà par là même condamnée à plus ou moins longue échéance.

Plus grave encore, le traitement chimique des terres cultivées. L'expérience a été si bien réussie, que désormais aucune espèce de plantes cultivées ne peut résister si elle n'est pas soumise à un traitement chimique de plus en plus élaboré de plus en plus fréquent, de plus en plus coûteux. L'industrie chimique s'est attachée les paysans d'une manière indéfectible. Cela

ne vient pas en contradiction avec le fait qu'il n'y a plus de paysans mais un sous-prolétariat pieds et poings liés aux banques. On est dans la phase de relaxation à montée brutale depuis environ le début du siècle. La biosphère pourra-t-elle jamais se rééquilibrer?

L'industrialisation est un phénomène de même nature. Le Patron du XIX^e siècle traitait ses employés pire que du bétail. Bien sur, Walraff a montré que de nos jours certains industriels Allemands utilisent des Turcs de cette manière, et il est tout-à-fait vraisemblable que des cas semblables existent encore en France, en Angleterre et ailleurs. Mais cela semble tendre à devenir plus rare.

La réaction du prolétariat et d'une fraction éclairée de la bourgeoisie a obligé à fabriquer des lois pour limiter un peu ce genre d'exploitation.

On pourrait trouver mille exemples de systèmes humains qui fonctionnent selon un principe de relaxation, avec découverte d'un champ d'action, un groupe d'individus plus ou moins large qui s'engouffre dedans, un effet de rouleau compresseur avec des conséquences plus ou moins bénéfiques et une réaction lente, très lente pour régulariser les flux.

Le pouvoir politique centralisé a fait la preuve de son inefficacité, voire de son effet négatif. Trop souvent le citoyen quelconque a fait preuve d'une meilleure perception de la situation et a su agir avec davantage de dignité face à un pouvoir politique qui se saborde, comme en 39 et en 58, en se jetant dans les bras du premier général venu, placé face à une crise créée par sa propre incompétence, voire sa veulerie, voire ses intérêts de classe ou même personnels. Devant un tel naufrage, peut-être demeure-t-il un petit espoir si le citoyen moyen qui n'est pas enchaîné à son sponsor comme celui qui prétend le représenter, se rend compte qu'il peut prendre son sort en main, et décide de le faire, rendant inutiles tous ces marchands de vent qui ne savent finalement que vendre leur âme aux marchands de canons et de morts subites diverses.

Amis, rendez-vous dans quelques siècles...

Introduction aux MATHÉMATIQUES DU MULTICRITÈRE

Roger Cusin

Les modèles fondés sur l'optimisation et servant à la prise de décision, se sont complexifiés depuis une vingtaine d'années environ. Avant les années 70, de tels modèles se ramenaient souvent à optimiser une fonction définie sur une partie X de \mathbb{R}^n et à valeurs dans \mathbb{R} ; Une simplification supplémentaire consistait à supposer f linéaire et X polyèdre (c'est l'étude d'un problème de programmation linéaire). Les modélisateurs se sont rendus compte de l'imperfection très grande des modèles ainsi élaborés: une des raisons essentielles en était la réduction à un seul critère sur lequel se fondait la décision. Comment concilier l'idée de vouloir, par exemple, maximiser l'investissement, avec l'idée de maximiser le profit et de minimiser le chômage, ... , en s'appuyant sur un seul critère à optimiser ? A l'évidence, la prise en compte simultanée de plusieurs critères devenait nécessaire. Ainsi est née ce que l'on peut appeler "l'optimisation multicritère"; Bien que cette appellation fort ambiguë ne fasse pas l'unanimité (surtout auprès des praticiens)!

En fait, face à des critères plus ou moins conflictuels, il s'agit de proposer une ou plusieurs solutions à un décideur; ces solutions étant les meilleures en un sens à définir.

L'article qui suit se propose de présenter certaines bases mathématiques, utilisées dans "l'optimisation multicritère". Il est extrait d'un ouvrage en cours de rédaction, s'appuyant sur un enseignement de DEA délivré au GREQE à Marseille.

Les mathématiques du multicritère

2.1. Préordre et ordre sur un ensemble

Soit X un ensemble non vide et soit R une relation binaire sur X . R est appelée un **préordre**, si les 2 axiomes suivants sont vérifiés:

$(O_1) \forall x \in X, xRx$ est vraie (réflexivité);

$(O_2) \forall (x, y, z) \in X^3, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow (xRz)$ (transitivité)

Le préordre est dit **total** si, en outre:

$$\forall (x, y) \in X^2, xRy \text{ ou } yRx.$$

Un ensemble muni d'un préordre est dit **préordonné**; et s'écrit $(X, \underline{\alpha})$. Nous noterons $x\underline{\alpha}y$ pour xRy .

Dans le cas particulier où l'axiome (O_3) est vérifié, le préordre est appelé un **ordre**:

$(O_3) \forall (x, y) \in X^2, (x\underline{\alpha}y \text{ et } y\underline{\alpha}x) \Rightarrow x=y$ (antisymétrie)

Au symbole " $\underline{\alpha}$ " du préordre on substitue, dans le cas de l'ordre, le symbole " \leq ", et l'on écrit $x \leq y$.

Un ensemble muni d'un ordre est dit **ordonné**; et s'écrit (X, \leq) .

Rappelons que l'axiome (O_3) est indépendant des 2 autres; ce qui signifie qu'il existe des ensembles préordonnés pour lesquels le préordre n'est pas un ordre. Par exemple, \mathbb{Z} muni de la relation "divise" est un ensemble préordonné pour lequel le préordre "divise" n'est pas un ordre puisque 1 divise -1 et -1 divise 1.

Donnons un second exemple important pour l'optimisation multicritère:

• Soit X un ensemble non vide et $f: X \rightarrow \mathbb{R}$. Définissons sur X la relation binaire $\underline{\alpha}$ par:

$$x \underline{\alpha} y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y).$$

- $\underline{\alpha}$ est un préordre total sur X ;

- $\underline{\alpha}$ n'est pas un ordre car:

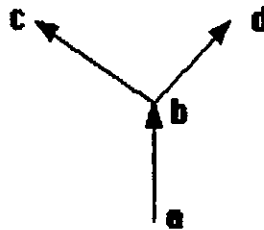
Si $x\underline{\alpha}y$ et $y\underline{\alpha}x$, alors $f(x) = f(y)$; cela n'implique pas que x soit égal à y puisque f est quelconque (non injective).

• Soit $(X, \underline{\alpha})$ un ensemble préordonné, x **domine** y , si $y\underline{\alpha}x$. Dans le cas d'un ordre \leq , on dit que x est **supérieur ou égal** à y . Si x est supérieur ou égal à tout $y \in X$, x est appelé **plus grand élément** de X ; il est unique à vérifier cette propriété. Les notions d'**inférieur ou égal** et de **plus petit élément** se définissent naturellement en inversant les rôles de x et de y .

L'ordre strict associé à " \leq " se note " $<$ ". Cette notion de plus grand élément est malheureusement trop restrictive: peu d'ordres intéressants en pratique, possèdent un plus grand élément. Par contre, nombreux sont les ordres avec éléments maximaux. On dit que, pour la structure préordonnée (X, \leq) , x est un élément maximal, s'il n'existe pas $y \in X$ tel que: $x < y$ et $y < x$. Autrement dit, x est maximal si, dès lors que $x < y$, on a aussi $y < x$. La définition vaut également pour un ordre \leq . Dans ce cas, dire que x est maximal équivaut à dire qu'il n'existe pas y tel que $x < y$ et $y \neq x$. Un élément y de X est donc soit incomparable avec x , soit inférieur ou égal à x . Une autre façon d'exprimer que x est maximal est de dire qu'il n'existe pas y de X strictement supérieur à x .

2.2. Etude de la maximalité pour les ensembles ordonnés

S'il existe un plus grand élément x de X , il est clair que c'est un élément maximal et que c'est le seul. Par contre, des éléments maximaux peuvent exister dans le cas où il n'existe pas de plus grand élément. Pour s'en persuader, faisons appel au diagramme de Hasse de la relation d'ordre:



Un tel diagramme doit être lu de la façon suivante:

$$a < b < c, \quad b < d, \quad c \text{ et } d \text{ incomparables.}$$

Dans cet exemple, c et d sont 2 éléments maximaux. Il est clair qu'un ensemble ordonné fini X possède au moins un élément maximal. Il suffit de partir d'un élément x_0 de X et de raisonner ainsi: si x_0 n'est pas maximal, il existe $x_1, x_0 < x_1$: si x_1 n'est pas maximal, on recommence l'opération précédente. Comme X ne contient qu'un nombre fini d'éléments, le processus s'arrête nécessairement sur un élément maximal.

Lorsque X est infini, la recherche des éléments maximaux est d'une grande complexité. Le théorème de Zorn donne une condition suffisante d'existence d'éléments maximaux.

Soit A une partie non vide de X ; x est un majorant de A , si pour tout a de A , $a \leq x$. Dans le cas où x est le plus petit majorant de A , x est appelé la borne supérieure de A .

L'ensemble ordonné X est dit inductif, si toute partie totalement ordonnée de X (pour l'ordre induit sur la partie par l'ordre initial \leq sur X) possède une borne supérieure.

Théorème de Zorn. Tout ensemble ordonné inductif possède un élément maximal.

La démonstration de ce théorème fondamental repose sur le lemme suivant:

Lemme: Soit E un ensemble ordonné et f une application de E dans E telle que $f(x) \geq x$ pour tout $x \in E$.

Soit f l'ensemble des parties X de E telles que:

1°- $f(X) \subset X$,

2°- Si $Y \subset X$ possède une borne supérieure dans E , cette borne supérieure appartient à X .

Sous ces hypothèses, si $a \in E$, l'intersection C_a des $X \in f$ contenant a appartient à f et, si $x \in C_a$ et $y \in C_a$, on a $y \leq x$ ou $y \geq f(x)$; en particulier C_a est totalement ordonné.

Preuve du Lemme:

a) Il est clair que C_a appartient à f et, comme l'ensemble des $x \geq a$ appartient à f , a est donc le plus petit élément de C_a .

b) Soit D l'ensemble des $x \in C_a$ tels que: $(y \in C_a \text{ et } y \leq x) \Rightarrow (y = x \text{ ou } f(y) \leq x)$.

Pour $x \in D$, soit C'_x l'ensemble des $y \in C_a$ tels que $y \leq x$ ou $y \geq f(x)$. Il est clair que $a \in C'_x$ si $x \in D$. On va montrer que, pour tout $x \in D$, $C_a = C'_x = D$. Pour cela, il suffit de montrer que $C'_x \in f$ et que $D \in f$.

c) Soit $x \in D$. C'_x vérifie 1°- En effet, soit $y \in C'_x$; si $y \geq f(x)$, on a $f(y) \geq y \geq f(x)$ et, si $y \leq x$, on a $x = y$ ou $f(y) \leq x$ (car $x \in D$); dans tous les cas, on a $f(y) \in C'_x$.

C'_x vérifie 2°- Soit Y une partie de C'_x ayant une borne supérieure b dans E ; $b \in C_a$. Si, pour tout $y \in Y$, on a $y \leq x$, alors $b \leq x$. Dans le cas contraire, il existerait $y \in Y$ tel que $y \geq f(x)$ et $f(x) \leq b$; ainsi, $b \in C'_x$. Il en résulte alors que $C'_x = C_a$.

d) D vérifie 1°- Si $x \in D$, soit $y \in C_a$ tel que $y \leq f(x)$, comme $y \in C'_x = C_a$ (d'après c), on a $y \leq x$ ou $y \geq f(x)$.

Dans le premier cas, $y = x$ et donc $f(y) = f(x)$, ou $f(y) \leq x \leq f(x)$ et, dans le second cas, on a $y = f(x)$; par conséquent $f(x) \in D$.

D vérifie 2°- Soit Y une partie de D ayant une borne supérieure b dans E ; pour tout $x \in Y$, on a $f(x) \leq b$. En effet, comme $x \in D$ et que $b \in C_a = C'_x$, on a $b \geq f(x)$, car sinon $b \leq x$ ce qui conduit à $b = x$, pour tout x : absurde. Soit alors $y \in C_a$ tel que $y \leq b$; si, pour tout $x \in Y$, on a $f(x) \leq y$, alors $x \leq y$, et donc $y = b$. S'il existe $x \in Y$ tel que l'on n'ait pas $f(x) \leq y$, alors $y \leq x$ puisque $y \in C'_x$. Comme $y \in C_a$, $y = x \leq b$ et donc $f(y) = f(x) \leq b$. L'autre éventualité est que $f(y) \leq x$; d'où: $f(y) \leq x \leq f(x) \leq b$. Par conséquent $b \in D$.

On énonce alors un premier corollaire.

Corollaire 1 (Théorème du point fixe)

Soit E un ensemble inductif et f une application de E dans E telle que $f(x) \geq x$ pour tout $x \in E$. Alors, il existe un élément b de E tel que $f(b) = b$.

Preuve du Corollaire

Soit $a \in E$; comme E est inductif et que, d'après le lemme, C_a est totalement ordonné, C_a possède une borne supérieure b dans E qui appartient à C_a car $C_a \in f$. On a ainsi $f(b) \in C_a$ et donc $f(b) \leq b$. Mais comme par ailleurs, $f(b) \geq b$; $f(b) = b$.

Démonstration du Théorème de Zorn

Soit E un ensemble inductif et $x \in E$. Si x est maximal, posons $f(x) = x$, si x n'est pas maximal, soit $f(x)$ un élément y de E tel que $f(x) > x$. On définit ainsi une application f de E dans E telle que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in E$. Le théorème est alors une conséquence du corollaire 1 précédent, puisque la relation " $f(x) = x$ " est équivalente à " x est maximal".

Corollaire 2

Soit E un ensemble inductif et $a \in E$; alors, il existe un élément maximal x de E tel que $x \geq a$. Il suffit de remarquer que l'ensemble des éléments y de E tels que $y \geq a$, est inductif.

Remarque: Une notion d'ensemble inductif en apparence plus faible que la précédente, peut être définie; elle conduit au même résultat. De façon précise, nous dirons que E est faiblement inductif, si toute partie non vide totalement ordonnée admet au moins un majorant. Le théorème de Zorn reste encore valable pour les ensembles faiblement inductifs:

Corollaire 3

Si E (non vide) est faiblement inductif, alors E possède un élément maximal.

Preuve

Soit A l'ensemble de tous les sous-ensembles non vides et totalement ordonnés de E . A n'est pas vide car tout singleton est élément de A . Si X et $Y \in A$, définissons $X \leq Y$ par la condition $X \subseteq Y$. Il est clair que A est ordonné. Montrons que A est inductif. Soit $(X_i)_{i \in I}$ un sous-ensemble totalement ordonné de A et posons $Z = \bigcup_{i \in I} X_i$. Z est totalement ordonné car

$i \in I$

si x et $y \in Z$, il existe $i \in I$ et $j \in I$ tels que $x \in X_i$ et $y \in X_j$. $(X_i)_{i \in I}$ étant totalement ordonné, on a, par exemple $X_i \mid X_j$. Il s'ensuit que x et $y \in X_j$ et comme X_j est totalement ordonné, que xsy ou que ysx . Par conséquent, Z est totalement ordonné et c'est évidemment la borne supérieure de $(X_i)_{i \in I}$ dans A . D'après le théorème de Zorn, A possède un élément maximal X_0 . Cela signifie que X_0 est un sous-ensemble de E totalement ordonné et maximal pour l'inclusion. Soit m un majorant de X_0 ; montrons que m est maximal dans E . Soit en effet, $x \in E$, tel que $m \leq x$. $X_0 \cup \{x\}$ est totalement ordonné et donc égal à X_0 puisque X_0 est maximal dans A . Par conséquent, $x \in X_0$ et $x \leq m$. Donc $x = m$; ce qui prouve que m est maximal.

2.3. Ordre associé à un préordre

Considérons un préordre $(X, \underline{\alpha})$; la relation binaire S défini par:

$$xSy \Leftrightarrow x\underline{\alpha}y \text{ et } y\underline{\alpha}x$$

est une relation d'équivalence sur X .

Sur l'ensemble quotient X/S formé des classes d'équivalences x, y, \dots définissons la relation binaire \leq par:

$$x \leq y \Leftrightarrow \exists x \in x \text{ et } \exists y \in y, x\underline{\alpha}y.$$

Il est prouvé, aisément, que \leq est un ordre sur X/S ; celui-ci est appelé **ordre canonique associé au préordre $\underline{\alpha}$** .

Il résulte de la définition posée que x est maximal pour le préordre $\underline{\alpha}$ si et seulement si x est maximal pour l'ordre canonique associé. Cette remarque permet de restreindre l'étude de la maximalité sur un ensemble préordonné $(X, \underline{\alpha})$ à l'étude de la maximalité sur un ensemble ordonné; c'est ce que nous ferons dans le paragraphe suivant.

Auparavant, mentionnons un théorème dont les hypothèses sont souvent vérifiées en pratique. Il permet d'affirmer l'existence d'éléments maximaux.

Théorème 1 Soit X un espace topologique compact muni du préordre $\underline{\alpha}$. Supposons que pour tout $x \in X$, l'ensemble $F_x = \{y \mid x\underline{\alpha}y\}$ soit fermé; alors, pour tout $x \in X$, il existe un élément maximal x_0 tel que $x\underline{\alpha}x_0$.

Preuve

Il suffit pour cela de montrer que le préordre $\underline{\alpha}$ est faiblement inductif. Soit $(X_i)_{i \in I}$ une partie totalement préordonnée de X ; F_{x_i} est fermé par hypothèse, quel que soit $i \in I$. Il en résulte que $\bigcup_{i \in I} F_{x_i} = F_1$ est un ensemble fermé de X , et donc compact.

$i \in I$

Supposons que $F_i = \emptyset$; comme X est compact, il existe un nombre fini de F_{x_i} dont l'intersection est vide:

$$F_{x_1} \cup \dots \cup F_{x_k} = \emptyset.$$

Supposons, puisque $(X_i)_{i \in I}$ est totalement préordonnée, que: $x_1 \alpha x_2 \alpha \dots \alpha x_k$;

cela signifie que $F_{x_k} \cap F_{x_1} \neq \emptyset$, et donc que $F_{x_k} = \emptyset$. Cette propriété est absurde puisque $x_k \in F_{x_k}$. Par conséquent, $F_i \neq \emptyset$. Si $y \in F_i$, y est un majorant des $(X_i)_{i \in I}$. Le théorème de Zorn permet de conclure.

2.4. Etude d'une structure particulière, fondamentale en optimisation multicritère

Soit X un ensemble non vide et soient p fonctions f_1, \dots, f_p définies sur X et à valeurs réelles:

$$f_i: X \rightarrow \mathbb{R}, \forall i=1, \dots, p.$$

Munissons X de la relation binaire R définie par:

$$xRy \Leftrightarrow f_i(x) \leq f_i(y) \quad \forall i=1, \dots, p.$$

y est dit "unanimentement préféré à x ".

Il est aisé de vérifier que R est une relation de préordre que nous noterons α . Nous dirons que $x \in X$ est un **optimum de Pareto** pour α , si x est maximal. Un tel élément x est encore nommé **efficace** ou **non-dominé**.

Dans la suite nous privilégierons le terme efficace. L'efficacité d'un élément x de X se caractérise par le fait qu'il n'existe pas y de x tel que $f_i(y) \geq f_i(x)$ pour tout i , i variant de 1 à p , l'une au moins des inégalités précédentes étant stricte. En d'autres termes, si x est efficace et si $f_i(x) < f_i(y)$ pour un i , il existe j tel que $f_j(x) > f_j(y)$.

Remarques

1) Dans la construction précédente de la structure préordonnée (X, α) , la finitude de l'ensemble des fonctions (nous avons supposé qu'il y en avait p) n'intervient pas. Nous aurions donc pu procéder avec un ensemble d'indices I non nécessairement fini; en pratique, toutefois, nous n'aurons à faire qu'à des ensembles finis d'indices.

2) Aucune hypothèse n'ayant été faite sur les fonctions f_i (injectivité, surjectivité, ...) un élément efficace x n'est pas, en général, un plus grand élément et le préordre n'est pas un ordre. Dans le cas d'une seule fonction ($p=1$), si f est injective, le préordre α est un ordre et un élément efficace est le plus grand élément de X . Il n'en existe, dans ce cas, qu'un au plus.

2.5. Optimum de Pareto-faible

Soient X un ensemble non vide et p fonctions réelles définies sur X ; comme cela a déjà été envisagé en (2.3).

Introduisons sur X une nouvelle relation binaire P définie par:

$$xPy \Leftrightarrow f_i(x) < f_i(y) \quad \forall i=1, \dots, p.$$

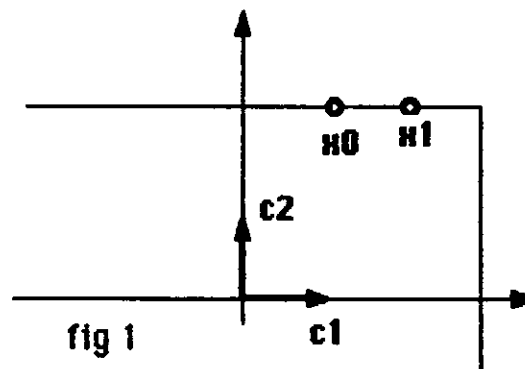
P n'est plus un préordre. Nous poserons toutefois la définition suivante:

$x \in X$ est un **optimum de Pareto-faible** s'il n'existe pas y tel que " xPy " soit vraie. Si nous notons alors P l'ensemble des optima de Pareto de X et P_f l'ensemble des optima de Pareto-faible; il est clair que $P \subset P_f$. Il existe des contre-exemples montrant que ces 2 notions ne sont pas équivalentes dans le cas général, nous en donnerons un ci-dessous.

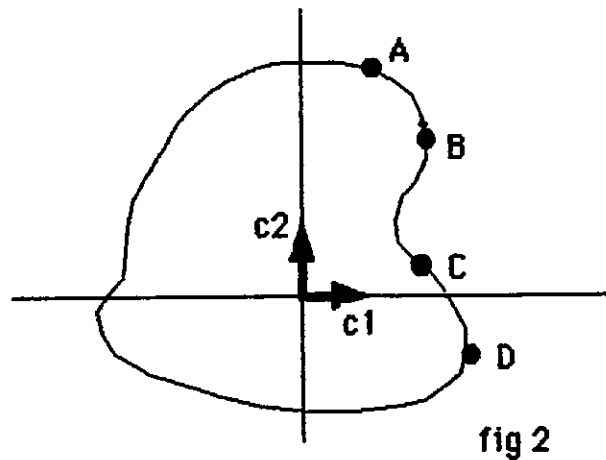
2.6. Représentations géométriques dans l'espace de départ

Nous nous placerons dans la situation où X est une partie de \mathbb{R}^2 et où $p=2$. Nous pourrions ainsi avoir une visualisation des concepts et des résultats proposés.

1'- A titre d'exemple, montrons qu'un optimum de Pareto-faible n'est pas nécessairement un optimum de Pareto. Pour cela, considérons le domaine X représenté dans la figure 1; les 2 fonctions objectifs sont de la forme $z_1 = \langle c_1, x \rangle$ et $z_2 = \langle c_2, x \rangle$ avec c_1 "porté" par l'axe ox_1 et c_2 "porté" par l'axe ox_2 . Il est clair que le point x' est un exemple d'optimum de Pareto-faible qui n'est pas un optimum de Pareto puisqu'en x_1 on améliore strictement z_1 sans détériorer z_2 .



2'- Dans l'exemple de la figure 2, les optima de Pareto sont situés sur les morceaux de frontières du domaine, AB et CD.



Ce simple exemple montre la complexité de l'ensemble des optima de Pareto. Il est en effet exclu que l'on puisse en obtenir une caractérisation au moyen d'ensembles possédant de "bonnes propriétés", comme par exemple les ensembles convexes. Toutefois, dans le cas linéaire, des propriétés particulières permettent l'identification de cet ensemble.

2.7. Propriété fondamentale des optima de Pareto. Théorème fondamental

1) S'il existe des scalaires $\lambda_1 \geq 0, \dots, \lambda_p \geq 0$ non tous nuls et tels que:

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x) = \sup_{y \in X} \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(y) \quad (*)$$

alors $x \in P_f$

2) S'il existe des scalaires $\lambda_i (i=1, \dots, p)$ tous strictement positifs et tels que la relation (*) soit vérifiée, alors $x \in P$.

Preuve:

1) Soit $(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \mathbb{R}^p - \{0\}$.

Si $x \notin P_f$ il existe alors y tel que $x \succ y$. Nous avons:

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(y) - \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x) = \sum_{i=1}^p \lambda_i (f_i(y) - f_i(x)) > 0 ;$$

ce qui est impossible puisque:

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x) \geq \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(y) \quad \text{d'après (*).}$$

La démonstration dans le 2^e cas est tout aussi évidente.

Application. Si x maximise l'un des critères sur X , x est un optimum de Pareto faible. Par contre, si x maximise, par

exemple, $\sum_{i=1}^p f_i$, $x \in P$.

Le théorème précédent signifie que, en particulier, toute combinaison convexe des critères $\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i$ constitue un critère dont

l'optimisation permet de sélectionner un optimum de Pareto faible. Bien entendu, le choix de la pondération $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ est conflictuel: si x maximise

$$\lambda_1 f_1 + \dots + \lambda_p f_p$$

et si x' maximise

$$(\lambda_1 + \varepsilon) f_1 + \lambda_2 f_2 + \dots + \lambda_p f_p \quad \text{avec } \varepsilon > 0, \text{ alors } f_1(x) \leq f_1(x').$$

En effet, nous avons à la fois:

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x') \leq \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x)$$

et

$$\varepsilon f_1(x) + \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x) \leq \varepsilon f_1(x') + \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x')$$

en ajoutant membre à membre et en simplifiant, il vient:

$$\varepsilon f_1(x) \leq \varepsilon f_1(x') \Leftrightarrow f_1(x) < f_1(x').$$

Ainsi, en augmentant le poids d'un critère, on ne peut qu'améliorer sa valeur aux optima de Pareto correspondants: on favorise ce critère.

Nous avons laissé dans l'obscurité un point intéressant qui est que nous pouvons toujours nous ramener à une combinaison convexe

$$\left(\text{i.e. } \sum_{i=1}^p \lambda_i = 1 \right)$$

En effet, si x vérifie:

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(x) = \sup_{y \in X} \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(y);$$

NOUS AVONS

$$\sup_{\sum \lambda_i} \sum \lambda_i f_i(x) = \sup_{\sum \lambda_i} \sup_{y \in X} \sum \lambda_i f_i(y) = \sup_{\sum \lambda_i} \sum \lambda_i f_i(y).$$

à suivre.

SYSTEME DE POST**E. Bianco****Résumé**

Le principe de calcul imaginé par Post , très différent de ce qu'on a l'habitude d'utiliser dans les machines issues du principe de Turing, ne permet pas, toutefois de sortir du champ de l'**effectivement calculable**. Ce qui est remarquable dans ce genre original de traitement c'est la grande souplesse qu'il offre pour travailler sur du non-numérique, plus exactement sur de l'information dont la représentation est à format variable. Bien entendu cela ne va pas sans quelques inconvénients, par exemple, selon comme on construit son système on risque le déferlement prolifique des productions ce qui peut en rendre la simulation pénible sur ordinateur classique.

L'auteur traite ici complètement un exemple dont l'intérêt du point de vue de la linguistique n'est pas extraordinaire, mais qui met précisément en évidence cette souplesse d'adaptation du système de Post à ce genre de problème.

SYSTEME DE POST

Emil Post en concevant la structure des systèmes qui portent son nom a imaginé quelque chose de véritablement très souple. Ce n'est pas toujours d'un intérêt pratique immédiat car l'excès de souplesse se paye par une richesse extraordinaire dans le foisonnement des productions. Aussi pour pouvoir aller jusqu'à une réalisation pratique dont on puisse voir le bout, faut-il être sur que dans le problème envisagé le foisonnement soit limité.

Je propose ici un simple amusement qui donne lieu à la construction d'un système relativement simple, mais qui permet tout de même d'obtenir des constructions grammaticales déjà un petit peu complexes.

Je poserai ainsi le problème:

"Imaginons une collection de verbes, de noms qui puissent servir de complément, et d'adverbes variés. On va essayer de construire au moyen d'un système de Post, toutes les phrases sémantiquement cohérentes qu'on peut obtenir à partir de ces mots. Pour simplifier un peu je ne prends comme sujets que les pronoms personnels: JE, TU, IL, .. , ILS."

On complètera cet énoncé au fur et à mesure qu'on en aura besoin. Pour bien saisir la nature de la solution envisagée il faut connaître le mécanisme des systèmes de Post universels.

Il est bien connu que les verbes se classent naturellement dans des catégories sémantiques qui leur interdisent de pratiquer n'importe quel complément. On ne mange pas une table bien qu'on puisse se ronger les ongles, et si l'on chante la bouteille cela confère au verbe chanter une toute autre auréole. On pousse un objet lourd qui résiste, on pousse une chansonnette, on passe son chemin, mais on passe également son tour. Il est tout-à-fait évident que l'essentiel de la difficulté ne réside pas dans la fabrication du système de Post, mais bien, pour employer le jargon de métier dans le choix du codage.

C'est de la manière de représenter l'information que va essentiellement dépendre la qualité du résultat. La qualité du résultat réside dans la beauté des phrases construites. Sur ce point mon ambition ne va pas très loin car cela dépasse nettement l'objectif fixé. Je m'en tiens à obtenir des phrases qui ont l'air correctes même si elles ne semblent pas transporter une information magique, dans leur simple banalité.

Afin d'illustrer l'exemple je prends quelques matériaux:

marcher
pratiquer
distribuer
fabriquer
tracer
longer

une réalisation
une chanson
un poème
une lettre
des bons points
des rations

patiemment
avec perspicacité
sans soucis
avec bonheur
chaleureusement
sur le champ

manger	des navets	en douce
nager	la nage	par hasard
penser	la brasse	au fil de l'eau
	une maison	de fond en
comble		
	un système de Post	avec efficacité
	un projet	

De toute évidence on a des acceptions normales, des acceptions un peu fantaisistes et des relations inacceptables.

On peut "penser" "un projet" patiemment", à la rigueur...

On peut "nager" "la brasse" "au fil de l'eau",

On peut "tracer" "une lettre" "avec bonheur",

On peut "manger" "des navets" "par hasard", mais il est difficile de "longer" "la brasse" "de fond en comble".

Il faut de toute évidence constituer un ensemble de faits qui rassemble la donnée du problème. Il faut accumuler une information suffisante. Je constitue dans ce but un axiome au sens de Post qui, au moyen d'un marquage permette à la fois de séparer les informations et de les retrouver ensuite par l'application des règles. Et c'est le jeu des règles qui opérera les transformations.

.je.tu.il.nous.vous.ils.

□march(I)□distribu(D)□fabriqu(F)□trac(T)□long(L)□mang(M)□nag(N)□pens(P)
 □pratiqu(Q)□ lune réalisation(FP)lune chanson(DFP)lun poeme(DFTP)lune
 lettre(DFTP)ides bons points(DF)ides rations(DFM)ides navets(DM)lla nage(Q)lla
 brasse(QN)lune maison(FTLP)lun système de Post(FTP)lun
 projet(FTP)l?patiemment(*)?avec perspicacité(P)?sans soucis(*)?avec
 bonheur(*)?chaleureusement()?sur le champ(DFTLMNP)?en douce(*)?par
 hasard(*)?au fil de l'eau(I)QN)?de fond en comble(FTP)?avec efficacité(*)?

Les marques constituées par le point, le carré, le point d'exclamation, et le point d'interrogation servent de séparateurs globaux des sujets, verbes adverbés. Les parenthèses servent de séparateurs pour les types d'agglomérats sémantiques. L'excès de blancs qui apparaît dans cet axiome est à ignorer car il n'est dû qu'au traitement de texte.

Je fais une première hypothèse d'ordre sémantique, qui consiste à caractériser chaque verbe au moyen d'une marque destinée à sélectionner les compléments et adverbés qui peuvent aller avec.

Par exemple "I" signifie que le verbe est intransitif, comme marcher; D caractérise une distribution, F une fabrication, T un tracé etc.

Je fais une deuxième hypothèse simplificatrice qui consiste à admettre que l'adverbe ne dépend que du verbe, ce qui peut n'être vrai que dans des cas simples.

C'est ainsi que dans l'exemple d'axiome donné, les sujets possibles sont encadrés de points, les radicaux des verbes sont encadrés de carrés et suivis entre-parenthèses de leur caractéristique. Les compléments sont encadrés de points d'exclamations et suivis entre parenthèses de la liste des caractéristiques des verbes avec lesquels ils peuvent aller, ainsi une "réalisation" est notée (FP), car elle peut être l'objet d'une fabrication ou d'une pensée. Au sens bien sur un peu particulier de "penser quelquechose..." et non pas "penser à quelquechose...".

Une maison peut être: Fabriquée, Tracée, Longée, Pensée. Des navets peuvent être Distribués ou Mangés.

Pour les adverbes c'est encore plus délicat, ainsi "patiemment" paraît aller avec tous les verbes ce qui est noté "*". "sur le champ" ne paraît aller qu'avec les verbes DFTLMNP, "de fond en comble" ne va qu'avec FTP etc.

On constate que ces choix sont bien approximatifs et tout-à-fait discutables, ce qui montre où se trouve la véritable difficulté du problème, mais je ne cherche ici qu'une approche qui demeure grossière. L'important consiste à construire un système de Post qui réalise le calcul.

Je vais essayer de monter une règle qui puisse trier quatre éléments dont on a besoin pour une phrase, sujet, verbe, complément, adverbe. En même temps, la règle récupère les informations de compatibilité. Partant du principe de Post que chaque fois que la règle peut s'appliquer, elle s'applique, on va obtenir de toute évidence les bonnes applications, et puis une foule d'autres qu'on se débrouillera d'éliminer.

La partie gauche de la règle se met sous la forme: R1

S1 . Suj . S2 □ Sverb (St) □ S3 ! Scompl (Sa Sb Sc) ! S4 ? Sadv (Sx Sy Sz) ?
S5 ⇒

+ Suj . Sverb . Scopl - Sadv / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv Sb / Suj Sverb Sadv Sy

Par construction il faut que les valeurs transportées par St, Sb, et Sy soient identiques car elles représentent précisément le type du verbe en l'occurrence soit D soit T soit F etc. Bien entendu cette condition n'est suffisante que dans le cas des "bonnes" applications de la règle. Lesquelles applications sont celles pour qui, Suj ne prend comme valeur que ce qui se trouve entre deux "." voisins, pour lesquelles Sverb (St) ne prend comme valeur que ce qui se trouve entre deux "□" voisins et même chose pour Scopl et Sadv, par rapport aux "!" et "?".

Rien n'empêche qu'il y ait des applications pour lesquelles Suj emporte des valeurs avec plusieurs sujets et des "." au milieu, Sverb emporte plusieurs verbes avec donc des parenthèses et des "□" au milieu, Scopl emporte plusieurs compléments avec parenthèses et "!", enfin Sadv traîne plusieurs adverbes avec des "?".

C'est la raison pour laquelle la partie droite de la règle donne trois chaînes séparées par de "/" qui devront à la fois être identiques et ne comporter aucunes des marques: "." ou "□" ou "!" ou "(" ou ")" ou encore "?".

Le jeu de règles suivent par applications successives qui fonctionnent comme un épluchage aboutiront ou non à vider les trois files en question. Ceci montre que seules les productions qui aboutiront à une suite vide de ces trois files seront des phrases correctes au sens ou nous l'avons défini. Règles R2:

$$\begin{array}{l}
 +S1 / a S2 / a S3 / a S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 / \\
 +S1 / b S2 / b S3 / b S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 / \\
 \quad \quad c \quad c \quad c \\
 \quad \quad d \quad d \quad d
 \end{array}$$

$$+S1 / z S2 / z S3 / z S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 /$$

Et enfin le jeu de règles susceptibles de vérifier l'identité des valeurs transportées par St, Sb, Sy . Règles R3:

$$\begin{array}{l}
 +S1 / I1 S2 / I1 S3 / I1 S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 / \\
 +S1 / D S2 / D S3 / D S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 / \\
 \quad \quad F \quad F \quad F \\
 \quad \quad T \quad T \quad T
 \end{array}$$

$$+S1 / P S2 / P S3 / P S4 / \Rightarrow +S1 / S2 / S3 / S4 /$$

De telle sorte que seules les productions qui correspondent à des phrases correctes permettent l'application de la règle: R4

$$+S1 //// \Rightarrow > S1$$

Si cette règle a pu s'appliquer la production obtenue prend alors une forme dont voici un exemple particulier:

>tu.trac.une lettre-surlechamp

Je vais, maintenant conjuguer le verbe, d'où le jeu de règles: R5

$$\begin{array}{l}
 >je.Sv.Sn-Sadv \Rightarrow tu Sve Sn Sadv \\
 >tu.Sv.Sn-Sadv \Rightarrow tu Sves Sn Sadv \\
 >il.Sv.Sn-Sadv \Rightarrow tu Sve Sn Sadv \\
 >nous.Sv.Sn-Sadv \Rightarrow tu Svons Sn Sadv \\
 >vous.Sv.Sn-Sadv \Rightarrow tu Svez Sn Sadv
 \end{array}$$

>ils.Sv.Sn-Sadv ⇒ tu Svent Sn Sadv

Le dernier produit obtenu est, en principe une phrase correcte et définitive dans la mesure où aucune des règles données ne peut plus s'appliquer dessus. En effet ces phrases ne contiennent plus aucune des marques exigées par toutes les règles.

Il reste à voir quelques cas particuliers. C'est ce qui se produit quand le radical du verbe se termine par G, exemple manger. Cela donne "nous mangeons" et non pas "nous mangons" ce que produiraient inévitablement nos règles.

Il existe une solution simple, on remplace la quatrième des règles R5, par un jeu de vingt six règles de la forme:

>nous.Svg.Sn-Sadv ⇒ tu Svgeons Sn Sadv

>nous.Svx.Sn-Sadv ⇒ tu Svxons Sn Sadv

On aura autant de règles que de lettres "x" différentes de "g".

Un autre cas est à envisager, j'ai pris comme abrégé de codage, l'astérisque pour qualifier noms ou adverbes qui peuvent s'adapter à n'importe quel verbe. Il faut pouvoir tenir compte de ce fait. Il me faut construire trois systèmes de règles supplémentaires qui tiennent compte chacun soit de l'astérisque qui qualifie le nom, soit de l'astérisque qui qualifie l'adverbe, soit de l'astérisque qui qualifie à la fois nom et adverbe.

S1 . Suj . S2 □ Sverb (St) □ S3 ! Scopl (*) ! S4 ? Sadv (Sx Sy Sz) ? S5 ⇒
+ Suj . Sverb . Scopl - Sadv / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv Sy

S1 . Suj . S2 □ Sverb (St) □ S3 ! Scopl (Sa Sb Sc) ! S4 ? Sadv (*) ? S5 ⇒
+ Suj . Sverb . Scopl - Sadv / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv Sb / Suj Sverb Sadv St

S1 . Suj . S2 □ Sverb (St) □ S3 ! Scopl (*) ! S4 ? Sadv (*) ? S5 ⇒
+ Suj . Sverb . Scopl - Sadv / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv St / Suj Sverb Sadv St

Dans les trois cas où l'astérisque est reconnue on fait disparaître le symbole coïncident qui lui correspond: Sb pour le premier cas, Sy pour le second et Sb et Sy pour le troisième. Pour conserver une forme standard il suffit de remplacer chacun de ces symboles par St en partie droite de la règle.

La conclusion de ce petit travail peut présenter des degrés divers dans l'élargissement de la pensée artificielle. Si je me limite au côté technique, à

part les fautes éventuelles de programmation ou les fautes de frappe il n'y a pas grand chose à dire. Le point de vue de l'analyste est plus intéressant, j'ai déjà fait quelques remarques concernant les limitations que je me suis imposées pour rester dans des limites raisonnables de la compréhension. Mais il demeure encore évident que l'apparence un peu magique d'un automate qui fabrique des phrases qui ont l'air de tenir debout ne résiste que pour un spectateur non averti. A partir du moment où l'axiome est constitué, les dés sont jetés.

On pourrait assez facilement prolonger l'effet mystérieux en ajoutant à ce système un prolongement conversationnel qui lui permettrait d'analyser une phrase qu'on lui fournit, pour en tirer deux à trois mots et reconstruire une autre phrase qui serait émise comme une réponse. On ne fait rien d'autre, dans une conversation qui vous rase, et pendant qu'on pense à autre chose, pour avoir l'air d'être là.

Ceci ne fait donc en rien avancer la "compréhension automatique" d'un texte. Car, dès l'instant où l'axiome est constitué, le texte est complètement vidé de sa sémantique. Il apparaît une autre sémantique, formelle celle-là, mais qui n'a plus rien à voir avec celle du langage naturel. Il est une autre évidence qu'on peut constater à chaque instant, c'est la diversité des significations liée à la diversité des personnages qui se trouvent attribuées à un même sémantème. Faisons référence au mal que se donnent les mathématiciens pour se construire une logique non ambiguë. Sans être jamais sûr d'y parvenir.

Au fond comment pourrait-on essayer de poser le problème assez simplement, sans trop se préoccuper tout d'abord si cette phrase a elle-même un sens. Ce n'est pas s'engager beaucoup que de dire qu'il faudrait que ce soit l'automate qui construise lui-même le fameux axiome. Mais alors il faut éviter un piège, car je ne pense pas qu'il soit difficile de construire un système de Post qui produise de telles constructions. Si l'automate dispose d'un ensemble de mots, il faudrait qu'il puisse les assembler "de lui-même". Pour la commodité de l'exposé j'utilise ici le mot "mot" comme élément d'information parcellaire et variable par la contrainte contextuelle. La première source d'erreur surgit quand on considère le mot comme un objet qui a la solidité du pavé au milieu du chemin. En fait il est plus proche de la variable, à la fois dans son "contenu" et dans sa forme. Mais c'est horriblement plus complexe dans la mesure où le mot a une vie propre, une apparence et il fait naître en conséquence des sentiments, il peut être perçu comme sympathique, agréable, sa musique peut être suggestive, etc. et tout cela évolue.

Je suis tenté de définir deux entités que je baptiserai: l'une le mot vivant, l'autre le mot formel. Le mot du dictionnaire se rapproche du mot formel dans la mesure où il est ligoté dans une définition, et dans la mesure où cette définition est restrictive. Mais nombre de mots ont leur magie propre ainsi "académicien", en dépit de la sécheresse de définition, peut inspirer aussi bien la gloire étoilée d'une ambition spirituelle que l'insupportable et navrante répression d'une censure rétrograde.

Je serais tenté de dire qu'il n'y a de sémantique que dans les perceptions, or la richesse des perceptions, qu'elles soient tactiles, thermiques, sonores, gustatives, optiques auxquelles s'ajoutent des perceptions d'ambiance et d'autres types de plus en plus difficiles à définir, constituent la richesse de la sémantique. Car, finalement la sémantique n'est rien d'autre que la manifestation d'un effort dans la communication, et cela constitue à son tour un phénomène de perception. Il me paraît alors qu'un mot vivant est une entité à deux faces: un élément de communication, un élément de perception. Il n'y a pas de différence fondamentale entre ces trois phénomènes: entendre un mot, lire un mot, se donner un coup de marteau sur le doigt.

Quand je sens flotter dans l'air une bonne odeur de café chaud, et si je perçois à ce moment-là la phrase: « Le café est prêt ! » j'établis tout naturellement une "relation". Qui est une nouvelle perception.

Je remarque également que le langage le plus riche est très largement insuffisant pour "dire" tout ce que je ressens en quelques instants et qui surgit à la conjonction de ces deux événements.

Tout cela pour dire que vraisemblablement, et peut-être, un automate pourra un jour "comprendre" un tout petit peu plus qu'un mot formel, quand il aura pu se constituer un stock "suffisant" de perceptions diverses.

Bien entendu, une ambition raisonnable ne va pas jusqu'à imaginer un automate capable d'écrire des sonnets à sa belle, mais en limitant soigneusement le champ de la perception à ce que peut percevoir un ordinateur, peut-être peut-on imaginer qu'un ordinateur pourra un jour "comprendre" son propre langage, ce qui ne serait déjà pas si mal.

DOUZZAUEDIBISAR CLIMAT.

Walri Caberlo se renversa dans son fauteuil à micro-processeur qui calcula au cours du mouvement la forme optimale de l'appui, il poussa un soupir et avec un rien de vanité ne put s'empêcher de marquer l'objet de son contentement :

« Tu vois qu'on a fini par le maîtriser le climat ... et c'est à peine si on est en 2050... »

Dit-il à mi-voix. Cette surprenante affirmation ne pouvait surprendre personne en ce 21^{ème} siècle. La technique galopante au service du commerce international avait fait des merveilles. Sirlae, son amie du mercredi soir l'avait entendu et répliqua elle aussi à mi-voix :

« On a encore réussi quelque chose de beau ! ... Tu crois vraiment que l'usage qui en est fait va nous rendre plus heureux.. »

Les mœurs avaient bien évolué depuis la fin du 20^{ème} siècle. Un personnage important comme Walri pouvait se permettre de consacrer ses soirées à plusieurs amies différentes, l'institution du mariage n'était plus qu'un souvenir, une tradition qui amusait encore certains. Walri avait rencontré Sirlae pour ainsi dire dans la rue, il l'avait regardée elle n'avait pas paru farouche, un souper aux chandelles très rétro avait scellé leur relation. Sirlae avait un franc parler qui mettait quelquefois Walri mal à l'aise, il n'osait pas répondre avec la brutalité que ses réflexions déclenchaient en lui.

Walri eut de la peine à réfréner un haut le corps. Il avait fait partie du groupe qui lança le projet.

Tout en s'affairant et sans le regarder elle continuait à soliloquer :

« Ô oui, toute l'Europe du sud baigne désormais dans un printemps éternel, c'est vrai ... Plus de pluies qui gâcheraient des vacances, seules les Alpes en compensation reçoivent de la neige presque toute l'année ... »

La soirée avait commencé très agréablement pour Walri, voilà qu'il commençait à trouver grinçant le petit monologue de Sirlae. Il essaya, très doucement, trop doucement peut-être, de répondre toujours à mi-voix :

« Les masses de gens qui s'ennuient, sont bien heureuses de pouvoir dépenser leurs économies sous des cieux propices... »

« Et tes amis de les ramasser... » Riposta Sirlae avec un petit rire de gorge, gorge qu'elle avait provocante. Laissons ces deux là glisser lentement vers une scène de ménage d'un genre classique.

Mirlène venait d'avoir tout juste ses quinze ans. Sa maman venait d'accepter pour elle le principe de la cérémonie initiatique. Depuis quelques années, cette cérémonie normalement réservée aux garçons était de plus en plus ouverte aux filles, et le papa de Mirlène avait depuis longtemps bien envie que sa fille chérie soit intronisée ... il avait dû convaincre son amie du mardi, la mère de Mirlène.

Le jour de la cérémonie était arrivé. Le groupe vivait dans une sorte de communauté qui s'était installée dans l'ancien Languedoc, une bourgade aux

pieds des Cévennes. Autrefois région plutôt froide, maintenant une végétation quasi tropicale s'était développée sous l'effet de la nouvelle douceur du climat et de l'irrigation provenant des Alpes voisines par conduites forcées. On aurait véritablement dit une sorte de jardin Edenique dans lequel on pouvait rencontrer des masses de gens bigarrés parlant mille dialectes, qui se fondaient plus ou moins dans un paysage visiblement calculé pour accueillir le maximum de monde. On avait organisé certains domaines qui étaient bien entendu soumis à péage. Oh des péages très discrets mais aussi très efficaces. Et de larges territoires avaient été sciemment laissés à l'état sauvage. C'étaient ceux là les lieux de la cérémonie.

Walri était blême de rage, mais il avait conservé la maîtrise de sa voix. Le dialogue venait de se poursuivre sur ce ton de réflexion et de soliloque à voix basse. La cinquantaine bien entamée, Walri avait, sans des allures de Play-boy, conservé beaucoup d'attrait, et un physique bien charpenté. Mais c'était quelqu'un qu'on ne remarquait vraiment que lorsqu'il avait décidé de participer à la conversation, là, son ton et sa vigueur se manifestaient pleinement, et son charme vibrait. Sirlae, sans être une gravure de mode, mince et fine d'esprit et de corps possédait un je-ne-sais-quoi d'attirant. C'était une brunette piquante. Et ce jour-là, elle n'aurait pu dire elle-même pourquoi, elle avait envie de piquer. Aussi sortit-elle l'argument décisif:

«Et ton ami Endilu que devient-il ? »

Malgré toute sa maîtrise Walri ne put retenir un frisson. Son ami Endilu était son épine dans le pied, comme il l'avouait lui-même avec un peu d'ostentation, les jours où il parvenait à mener la conversation. Sa rage tomba brusquement, mais il se mit à en vouloir à Sirlae qui perçut tout de suite que le coup avait porté.

Les 'parents' de Mirlène, pour employer un mot désuet, on dirait plutôt de nos jours Xirlum et Spharda simplement leurs prénoms, disposaient comme tout un chacun dans le sud de l'Europe, d'une assez belle collection de masques. Ces objets qu'on aurait pu dire en quelque sorte grandeur nature car ils avaient à peu près la dimension d'un visage normal étaient d'une sorte de cuir un peu sombre et comportaient toujours le scalp qu'on pouvait rabattre par derrière, pour les accrocher sur un panneau, ou faire convenablement gonfler en posant le masque sur une boule.

Corriger le climat n'avait pas été une mince affaire. L'air froid du pôle et l'air chaud de l'équateur se mélangent dans les zones tempérées avec, bien souvent une certaine violence. Il fallait donc essayer d'écarter les perturbations des régions à protéger, pour les canaliser plutôt sur les parties montagneuses et d'en tirer ainsi le maximum de neige. La basse atmosphère était traitée comme un plasma ionisé, c'était l'idée de Walri, et une chaîne d'énormes centrales nucléaires fournissaient l'énergie pour dévier le flux des perturbations. La ligne de ces générateurs était implantée à la limite des courants glacés, au nord, ce qui en facilitait le refroidissement.

Depuis, en dehors des touristes canalisés, des foules de gens qui n'étaient pas tous des clochards, avaient envahi ces heureux pays devenus verdoyants et tièdes. Ils avaient décidé d'arrêter de se cultiver l'infarctus qui frappait de plus en plus jeune. Certains avaient préféré s'adonner à la drogue-plaisir sous des cieux cléments, plutôt qu'à la drogue anti-stress d'un monde qui se fuyait dans le bourgeonnement et le mauvais renouvellement d'une innovation de pacotille. C'était là leur crédo. Quelques uns avaient pu se reconvertir dans le commerce local, mais la plupart, refusant de s'enchaîner de nouveau, n'avaient d'autre refuge que les régions laissées sauvages, et à l'abandon. Peu à peu ils s'étaient mis à y vivre de manière très primitive, abandonnant les vêtements, ils consommaient les fruits sauvages qui abondaient en permanence avec cette tiédeur.

On disait même, mais ce n'était qu'une rumeur, et difficile à vérifier, que certains s'étaient organisés en bandes qui vivaient d'anthropophagie, car les animaux étaient depuis longtemps assez rares. Allez donc savoir, car comment approcher ce monde répugnant.

Mirlène s'était faufilée hors des limites de la civilisation, et d'une démarche souple et silencieuse dans la végétation épaisse s'était enfoncée profondément dans la forêt. Elle parvint aux abords d'une petite clairière, s'approche en silence d'un buisson, la matinée était claire et dans une demi-heure le soleil allait jaillir, elle siffla très légèrement et un gazouillis attendu lui répondit. Dans le plus grand silence un visage apparut dans la verdure, un garçon basané, au regard pénétrant:

«Dir-Wao amour...» chuchota Mirlène, «Mirlène amour...» répondit le garçon. Ils s'enfoncèrent tous deux dans la verdure sans qu'on entendit frémir une feuille.

« ... Je suivrai la combe des Maures, et puis la combe d'Altazur jusque sur les sommets, tu diras aux amis d'éviter... » ce chuchotement de Mirlène, léger comme un chant de grillon, fut tout ce qu'on entendit; quand le soleil pointa sur la montagne au sommet de l'Aigoual, Mirlène était chez elle. Une journée chargée l'attendait, une dure épreuve.

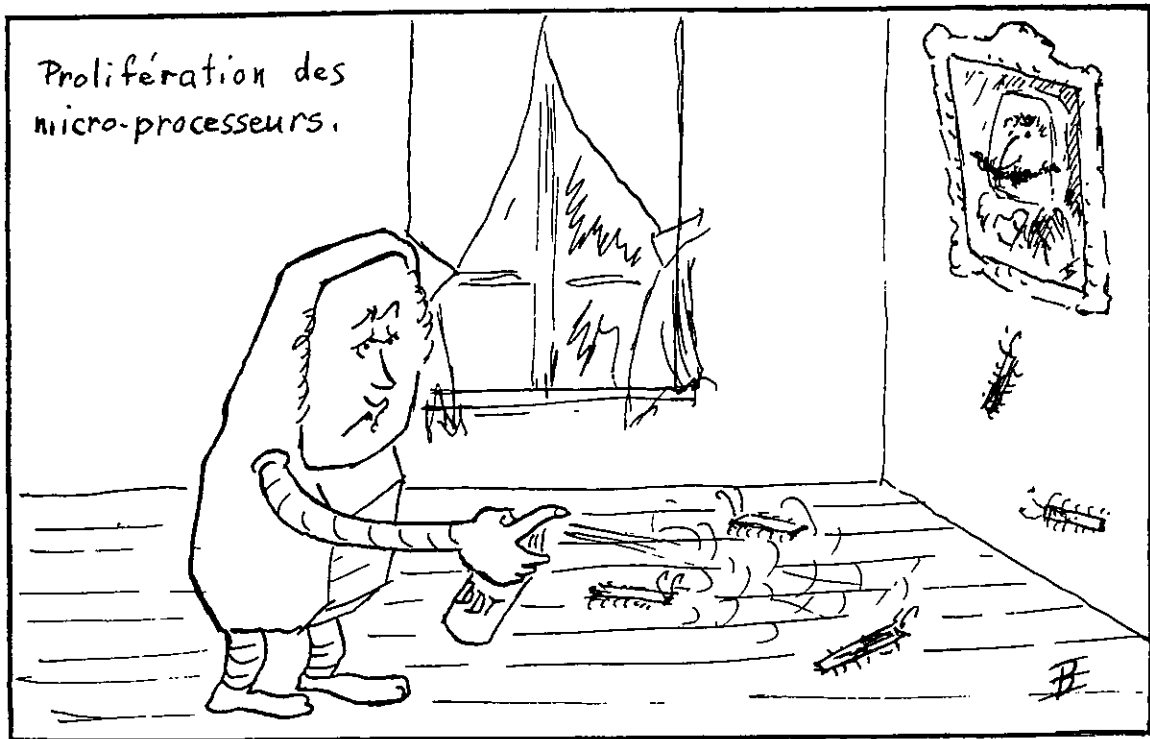
Walri, comme tous les gens importants ainsi que les nuées de thuriféraires qui gravitaient autour, vivait dans la Capitale. Une ancienne mégalopole qui s'était un peu réduite en surface mais avait crû en altitude et en profondeur. Elle était demeurée à la limite de la zone climatique améliorée balayée de la sorte fréquemment par des vents violents elle n'avait que peu de problèmes de pollution. On l'appellait l'univers Pompid car une foule de manches à captage d'air la hérissait disait-on comme un ancien monument d'avant-garde imaginé par un président visionnaire.

Quelques jours après ces événements il décida de rendre visite à sa Filleule. Tout homme fait pouvait dans ses connaissances choisir quelques jeunes personnes pour en faire des filleules, et aussi bien les femmes dans la force de l'âge pouvaient-elles choisir des filleuls dans les jeunes garçons qui peuplaient leurs relations. Ces formes de liaison avaient largement dépassé ce qu'elles représentaient dans les familles anciennes. Les Parrains et Marraines

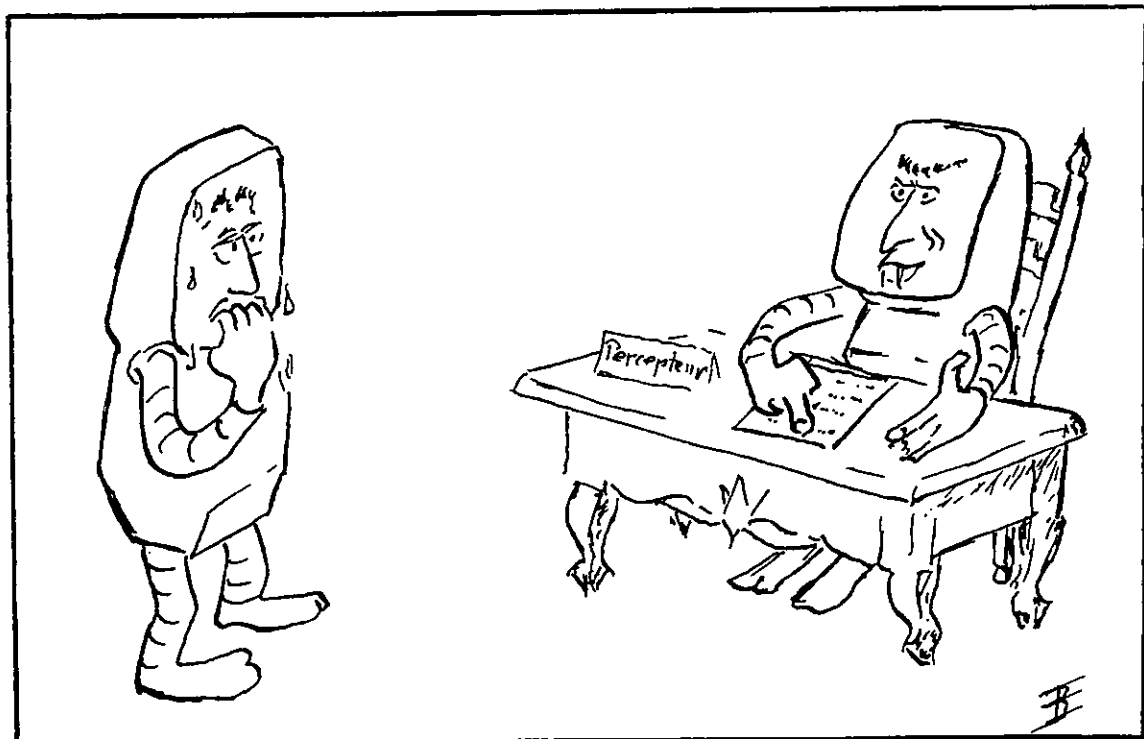
riches d'une longue expérience pouvaient ainsi devenir des initiateurs. On avait compris combien une sexualité est chose longue et délicate à acquérir, et combien une bonne intégration sociale en dépendait.

Quand Walri arriva chez Mirlène, ce fut évidemment la fête. Il la retrouvait tout aussi vivante et gaie, mais il fut surpris d'un regard étrangement brillant. Xirlum et Spharda aimaient bien recevoir Walri auquel ils reconnaissaient une excellente influence sur Mirlène, qui avait été une fillette difficile, à l'excès de sensibilité. On parla de la façon courageuse dont elle avait subi l'initiation, Walri savait vaguement qu'il s'agissait en fait d'une partie de chasse destinée à aguerrir l'impétrant. Et puis on parla de visiter la galerie des masques. Mirlène eut un frisson nerveux. Un peu surpris Walri surveillait discrètement sa filleule. Après avoir admiré une longue collection on parvint sur les trois dernières acquisitions. En les apercevant, Walri sentit comme une goutte froide lui couler dans le dos, un masque d'enfant, un masque de femme un masque d'homme. Mirlène se cassa en deux dans un hoquet et s'enfuit comme dans une envie de vomir, Walri sentit tout son corps se glacer, dans le masque d'homme il crut reconnaître son ami Endilu. Il lui revint à la mémoire la tragédie de son ami harassé par la civilisation, qui avait tout plaqué et s'était installé depuis longtemps dans les terres sauvages où il vivait avec une femme et un enfant ... à l'état libre ... comme il disait ...

E. B.



... On ne s'en débarrassera donc jamais ...



— Vous me devez encore 8192 octets ... plus 10% !