

BULLETIN D'INFORMATIQUE APPROFONDIE ET APPLICATIONS  
COMPUTATION - INFORMATION

Volume 94 - Mars 2013



Publication trimestrielle, gratuite, de l'Université d'Aix - Marseille

<http://sites.univ-provence.fr/biaa>

Impression : mars 2014

ISSN 0291 - 5413





Publication trimestrielle, gratuite, de l'Université d'Aix - Marseille

<http://sites.univ-provence.fr/biaa>



**DIRECTEUR**

*Jean - Michel Knippel*

**FONDATEUR**

*Edmond Bianco*

**SERVEUR DE PUBLICATION**

*Christian Blanvillain*

**SECRETARIAT**

*Kalassoumi Adjilani*

Université d'Aix - Marseille

Site Saint Charles. Case 33

3 place Victor Hugo

F - 13331 Marseille Cedex 3

Téléphone : +33 (0) 413 550 252

Télécopie : +33 (0) 491 509 110

**DEPOSITAIRE**

Université d'Aix - Marseille

Bibliothèque Universitaire

3 place Victor Hugo

F - 13331 Marseille Cedex 3

Téléphone : +33 (0) 413 550 579

Télécopie : +33 (0) 491 957 557

**IMPRIMEUR**

Université d'Aix - Marseille

Service Reprographie

3 place Victor Hugo

F - 13331 Marseille Cedex 3

Téléphone : +33 (0) 413 550 626

Télécopie : +33 (0) 413 550 650

Le bulletin d'informatique approfondie et applications est une revue pluridisciplinaire destinée à éclairer les connaissances fondamentales informatiques.

Les fondements sont un domaine vaste allant de la structure intérieure de l'ordinateur, où se matérialise la machine universelle, à l'algorithme qui devient programme, pour aboutir à la notion de système.

Nous contribuons ainsi à ce que les autres disciplines plus anciennes (sciences humaines et de la société, sciences de la matière et de l'énergie, sciences mathématiques, sciences de la nature, sciences de la terre, sciences de l'univers, sciences de la vie, etc.) n'aient pas tendance à considérer l'informatique comme un simple outil définitivement figé.

Il importe de continuer à maîtriser les développements fondamentaux de l'informatique pour que nos disciplines puissent en tirer un meilleur parti.

Notre publication est ouverte à l'ensemble de la communauté scientifique. Le périodique est diffusé vers les bibliothèques universitaires de France et vers quelques bibliothèques des cinq continents.



## COMITE SCIENTIFIQUE ET DE REDACTION

*Patrick Abellard*  
*Françoise Adreit*  
*France Chappaz*  
*Georges Chappaz*  
*M'hamed Charifi*  
*Jean - Paul Coste*  
*Roger Cusin*  
*Jean - Claude Fumanal*  
*Alain de Gantès*  
*Jean Gonella*  
*Bernard Goossens*  
*Sami Hilala*  
*Patrick Isoardi*  
*Robert Jacquier*  
*Jean - Michel Knippel*  
*Jean - Philippe Lehmann*  
*Agathe Merceron*  
*Nadia Mesli*  
*Eric Olivier*  
*Patrick Sanchez*  
*Rolland Stutzmann*  
*André Tricot*

### **1 EDITORIAL**

Pourquoi j'ai aimé l'université !

*par François Mazon (Les Echos n° 20723)*

### **3 De quelques opérateurs négligés**

*par Louis Frécon*

## CORRESPONDANTS

*Afrique*  
*Mohamed Tayeb Laskri*  
*Amériques*  
*Sylvie Monjal*  
*Asie*  
*Moussa HadjAli*  
*Europe*  
*José Rouillard*  
*Océanie*  
*Kalina Yacef*

### **13 VOZZAVEDIBISAR**

Le coupé-décalé

*par Denis Iwanenko Didjeko*





## EDITORIAL

### Pourquoi j'ai aimé l'université !

*François Mazon*

J'ai cinquante ans et je viens de passer neuf mois comme étudiant en master 1 de droit à l'université Paul-Cézanne d'Aix-en-Provence, après avoir travaillé pendant plus de vingt-cinq ans dans le secteur informatique, où j'ai dirigé des organisations de plus de 10.000 personnes. Il y a un an, j'ai décidé de changer de vie pour devenir avocat, long processus dont la première étape était d'obtenir un master 1 de droit. Comme tous, j'avais lu les pires choses sur l'université française : son mauvais rang au classement de Shanghai, ses étudiants incompetents et paresseux, sa pédagogie dépassée et ses programmes inadaptés au monde professionnel. Et je m'en étais persuadé. D'autant plus, que j'avais choisi l'autre voie, celle des grandes écoles : Ecole centrale de Paris, puis Sciences po, il y a trente ans...

Ces neuf mois passionnants au milieu de 20.000 étudiants m'ont donné envie de crier haut et fort que l'université française ne mérite pas cette image. Ce n'est pas de nos sarcasmes et de nos apitoiements dont elle a besoin, c'est de notre écoute, de notre énergie et de nos investissements pour en refaire la pièce maîtresse du rayonnement de la France, comme il y a six cents ans, quand l'université d'Aix a été créée !

**De mon expérience de neuf mois, je déduis que l'université est forte là où c'est le plus difficile, la qualité de l'enseignement, mais elle est faible là où c'est le plus facile, les infrastructures et la logistique... ce qui vaut quand même mieux que l'inverse !**

En amphithéâtre, je me suis délecté à écouter des professeurs érudits et pédagogues, maniant avec le même talent les concepts juridiques et la langue française, aussi à l'aise sur l'affaire Kerviel que sur les dernières lois bioéthiques. Le contrôle des connaissances est très sérieux et exigeant : c'est la première fois dans mon long parcours scolaire que j'ai eu un 2 sur 20 !

Côté étudiants, je m'attendais à trouver dilettantisme et absentéisme. J'ai côtoyé des élèves assidus, ponctuels, travailleurs et engagés. C'est moi qui n'arrivais pas à suivre ! Heureusement que certains, moins effrayés que d'autres par mes cheveux gris, m'ont aidé. Même s'il reste encore beaucoup d'améliorations à apporter, comme le développement du travail en équipe qui est une des bases de la vie professionnelle, la pédagogie est bien meilleure que l'image dégradante qui est véhiculée.

Mais en neuf mois, j'ai aussi suivi la moitié de mes TD dans des locaux préfabriqués, je me suis plusieurs fois pris les pieds dans les fils électriques qui jonchent le sol des amphithéâtres, et je me suis tordu le cou pour entendre le professeur dont le micro ne marchait pas. Et je ne parle pas de l'informatique lourde, complexe et si peu pratique pour des étudiants connectés en permanence, prenant leurs cours sur des ordinateurs tout en gardant un oeil à la fois sur Facebook, leur messagerie et les SMS arrivant sur leur portable !

Ces neuf mois m'ont aussi convaincu que la survalorisation accordée aux matières scientifiques au point d'aspirer nos meilleurs talents vers les filières maths et physique, est absurde. La monoculture de nos dirigeants d'entreprise qui en résulte est une faiblesse. En Angleterre ou aux Etats-Unis, j'ai rencontré beaucoup de dirigeants ayant des formations en histoire, littérature, économie ou droit, et qui n'en sont pas moins performants pour autant. Le raisonnement juridique est passionnant, complexe et très utile dans la vie professionnelle parce qu'il apprend à marier l'infinie diversité des faits à un corpus de règles... ce qui correspond plus au quotidien d'un dirigeant d'entreprise que la résolution d'équations mathématiques.

Enfin et surtout, ces neuf mois m'ont rempli d'énergie, celle que m'ont communiquée ces milliers de jeunes curieux, battants et volontaires. Pour eux, dont nous ne devons pas décevoir l'envie de participer à la construction du futur, mais aussi pour nous, dont le futur dépend tellement d'eux, mobilisons-nous pour améliorer encore l'université. Existe-t-il beaucoup de sujets plus importants ? N'oublions pas que la France n'est plus le centre du monde et qu'elle représente moins de 1 % de la population mondiale, alors investissons sur la qualité et transformons tous ces jeunes en une de nos ressources naturelles les plus fortes. Il est de notre responsabilité de leur fournir un cadre d'enseignement à la hauteur de leur potentiel et de leur envie. Arrêtons de dénigrer leur université, et donnons-leur toutes les raisons d'en être fiers.

**François Mazon en 2013**

**Avocat au Cabinet Alain Molla et Christophe Bass  
Ex-étudiant en Master 2 de Droit à Aix-en-Provence (2011)  
Ex-directeur du développement de Linagora  
Ex-directeur général de Capgemini France**

---

Propos parus dans les Echos n° 20723 en 2010 et diffusés avec l'accord de l'auteur

# De quelques opérateurs négligés

*Louis Frécon*

## Résumé

Les algorithmes ont pour support des algèbres plus ou moins classiques, d'où la nécessité de ne pas trop limiter les opérateurs standards.

Cet article rappelle d'abord la nécessité de banaliser à tous les niveaux les opérateurs max et min. Au plan numérique, l'intérêt de ces opérateurs est sensible dans certains domaines applicatifs, puis pour linéariser la programmation en général, enfin pour accélérer le mode pipe-line des processeurs. Et ces remarques s'étendent rapidement hors du domaine numérique.

Il revisite également la « mise en parallèle » et la composition quadratique comme autres candidats sérieux au statut d'opérateurs standards.

## Abstract

Algorithms are founded on algebraic structures. So, they may be poor and lengthy if standard operators forms a too short list. This paper is devoted to the reevaluation of max/min, parallel and quadratic compositions as serious candidates as generic and standard operators.

## Sommaire

Introduction.....	4
Le cas max/min .....	4
Définitions et premières propriétés .....	4
Champs applicatifs .....	5
Chemins optimaux .....	5
Interface Logique/Numérique .....	5
Fonctions linéaires par morceaux .....	5
Calcul symbolique.....	5
Optimisation des programmes .....	5
Linéarisation de l'exécution.....	6
Généricité.....	7
Ensembles numériques.....	7
Ensembles finis totalement ordonnés.....	7
Treillis.....	8
La composition parallèle d'impédances.....	9
Robustesse.....	10
Généricité.....	10
La composition quadratique [] .....	10
Références.....	11

## Introduction

Dans les années 70, Jean Kuntzmann professait à l'ENSIMAG que « L'informatique, c'est les mathématiques en action ».

Plus précisément, on peut postuler que, pour toute application, l'algorithme est d'autant plus efficace qu'il s'appuie sur l'algèbre adéquate.

Cette idée était à l'origine des langages extensibles à opérateurs, comme Algol 68 ou, à un moindre degré, Prolog, Ada ou C++.

C'est ainsi que deux étudiants de l'INSA Lyon établirent expérimentalement que paradoxalement, les applications Cobol de plus de 2.000 lignes gagnait à être refaites en Algol 68, au sens de 5 critères distincts : nombre de lignes, encombrement mémoire, vitesse d'exécution, durée de développement, durée de mise au point, Algol 68 permettant d'exploiter au plus près toute modélisation pertinente.

Cette approche pose un problème : les types construits doivent posséder non seulement un domaine et une représentation, mais doivent aussi être munis d'opérateurs judicieux, à la fois expressifs et riches en propriétés, afin d'éviter d'obscurcir les algorithmes par le bricolage des représentations, et d'optimiser le code.

On a par exemple longtemps subi en programmation l'effet désastreux d'une trop lente émergence du type chaîne, qui a du trop souvent se contenter d'exister sans disposer d'opérateurs adéquats.

Comme il n'est pas question pour les développeurs de passer leur vie à réinventer l'eau chaude, la généricité des opérateurs est une question importante pour éviter la duplication des efforts : c'est un vecteur du report d'expérience.

## Le cas max/min

### Définitions et premières propriétés

On pose en général :

$$\max(x, y) \equiv \text{si } x < y \text{ alors } y \text{ sinon } x$$

$$\min(x, y) \equiv \text{si } x < y \text{ alors } x \text{ sinon } y$$

De ce fait,

$$\max(x, y) \equiv -\min(-x, -y) \quad (\text{dualité})$$

$$\max(x, y) + \min(x, y) \equiv x + y.$$

Ces opérateurs sont riches en propriétés. En effet, ils sont associatifs et commutatifs, ce qui justifie des transcriptions allégées comme

$$\max(x, \max(\max(y, z), t)) \equiv \max(x, y, z, t)$$

Ils sont idempotents, mutuellement distributifs, et dotés d'une propriété d'absorption. Ils sont aussi distributifs par rapport à l'addition, et distributifs à droite par rapport à la soustraction.

On peut enfin leur associer deux opérateurs unaires

$$\text{abs}(x) \equiv \max(x, -x)$$

$$\text{pos}(x) \equiv \max(x, 0).$$

ce qui permet d'établir des propriétés comme :

$$\text{abs}(x) + x = \max(x, -x) + x = \max(2x, 0) = \text{pos}(2x).$$

## Champs applicatifs

### Chemins optimaux

Les problèmes de chemins optimaux ayant donné naissance à des centaines d’algorithmes similaires, le domaine a été unifié par Kuntzmann puis Gondran par la théorie des dioïdes, structures algébriques à deux opérateurs : un *opérateur adjonctif* pour synthétiser deux chemins, un *opérateur séquentiel* pour allonger un chemin.

Recherche de chemin	Opérateur adjonctif	Opérateur séquentiel
de <i>longueur</i> minimale de <i>coût</i> minimal de <i>taille</i> minimale	min	+
de longueur maximale ou <i>chemin critique</i>	max	+
de <i>capacité</i> maximale	max	min

### Interface Logique/Numérique

L’interface numérique/logique a été initialement assurée par le système Boole/Vallée

$$et(x,y) \equiv x * y$$

$$ou(x, y) \equiv x + y - x*y.$$

A partir de Lukasiewicz, on l’a remplacé avantageusement en posant dans  $\mathbb{B} = \{0, 1\}$  :

$$ou(x, y) \equiv \max(x, y)$$

$$et(x, y) \equiv \min(x, y)$$

relations qui s’étendent aux logiques multivaluées à la Lukasiewicz et aux logiques floues du type Zadeh.

### Fonctions linéaires par morceaux

Elles sont souvent employées comme approximation de fonctions empiriques continues, par exemple pour cadrer une valeur ou pour représenter des distributions trapézoïdales, des fonctions en S, des courbes en baignoire.... Elles peuvent être définies à l’aide d’expressions conditionnelles ou, si elles sont continues, à l’aide de min et max, max correspond alors aux concavités et min aux points saillants.

### Calcul symbolique

Les systèmes de calcul symbolique peuvent

- utiliser *max*, *min*, *abs*, *pos* pour le traitement de expressions conditionnelles ;
- tirent partie du fait que *max*, *min*, *abs*, *pos*, se ramènent finalement à l’usage de max (ou min) et du moins unaire ;
- exploiter les nombreuses propriétés de ces opérateurs.

### Optimisation des programmes

Au sens des performances, l’optimisation des programmes repose largement sur l’optimisation des expressions, donc en fait sur des calculs symboliques effectués sur le programme vu comme une expression.

En ce sens, l'intégration d'un volet max/min peut se révéler très efficace : certains emboîtements d'instructions conditionnelles peuvent se ramener à des expressions conditionnelles, elles-mêmes réductibles à des expressions en min/max.

Ainsi, soit à cadrer une valeur  $x$  entre 0 et 200. Une fonction de cadrage comme :

```
cadrage (x, inf sup) = [ local y ;
                        si x < inf alors y := inf sinon
                        si x < sup alors y := x sinon y := sup ;
                        retour y ]
```

peut être remplacée par :

```
cadrage (x, inf sup) = [ local y ;
                        y := ( si x < inf alors inf sinon si x < sup alors x sinon sup ) ;
                        retour y ]
```

puis par :

```
cadrage (x, inf sup) = [ local y ;
                        y := max( inf, min (x, sup) ) ;
                        retour y ]
```

et, enfin, en remarquant l'affectation unique et l'usage unique de  $y$  :

```
cadrage (x, inf, sup) = [ retour max(inf, min (x, sup)) ]
```

qui évite le recours à l'allocation de mémoire, et peut même se ramener à une macro-instruction :

```
cadrage (x, inf, sup) = max(inf, min (x, sup))
```

facilitant de nouvelles réductions.

## **Linéarisation de l'exécution**

Les transformations précédentes prennent tout leur sens quand on observe que min, max, abs, pos, peuvent être des opérateurs natifs pour les processeurs :

- *pos* transmet l'opérande si son signe est 0, et 0 sinon,
- *abs* transmet l'opérande si son signe est 0, et son complément sinon,
- *max/min* transmet l'un ou l'autre des opérandes selon le résultat d'une comparaison bit à bit des deux opérandes présumés de même type.

En effet,

- les entiers non signés se comparent simplement bit à bit, en partant du bit de plus fort poids : la comparaison est finie s'ils diffèrent, sinon la comparaison se ramène à celle des bits de poids inférieur ;
- les entiers signés se comparent de façon similaire, en comparant d'abord les signes : la comparaison est finie si les signes diffèrent, sinon, on se ramène à la comparaison d'entiers sans signe, directe si les deux entiers sont positifs, à inverser s'ils sont négatifs ;
- les nombres virgule flottante type IEEE se comparent de même, leur représentation prévoyant que deux nombres virgule flottante sont entre eux comme les entiers signés de même représentation binaire ; en particulier, la comparaison de nombre virgule flottante à précision multiple s'arrête le plus souvent à la comparaison des mots de tête, porteurs du signe, de l'exposant, et des bits les plus significatifs de la mantisse ; de ce fait, cette comparaison directe est généralement beaucoup plus rapide qu'une addition/soustraction.

Les transformations examinées antérieurement, en refoulant toujours plus bas des branchements explicites ou implicites, peuvent finalement les évacuer du flot d'instructions, lissant au mieux le fonctionnement pipe-line du processeur, donc son efficacité globale.

## Généricité

### Ensembles numériques

Dans les paragraphes précédents nous n'avons pas attaché d'importance excessive au domaine numériques : les raisonnements et propriétés sont sensiblement les mêmes que les opérandes soient entiers, rationnels ou réels. De fait la seule question est importante est celle de savoir si les nombres sont signés, ce qui change la borne inférieure du domaine, donc les éléments neutres et/ou absorbants.

Domaine	max		min	
	elt neutre	elt absorbant	elt neutre	elt absorbant
$\mathbb{N}, \mathbb{Q}^+, \mathbb{R}^+$	0	$+\infty$	$+\infty$	0
$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

### Ensembles finis totalement ordonnés

Avec juste raison, N.Wirth introduisit en Pascal les *ensembles finis totalement ordonnés*, avec d'une part les ensembles énumérés, et, comme sous-types, les intervalles de ces ensembles comme les intervalles d'entiers ou de caractères.

Cependant, les opérations autorisées se limitaient

- aux opérations unaires *pred* et *succ*,
- aux comparaisons.

En effet, l'objectif semblait essentiellement de justifier :

- une boucle *for* généralisée (à pas unitaire),
- un assouplissement de l'indexation des tableaux,
- une instruction *case* permettant de clarifier certaines cascades de test, et de les accélérer en les ramenant aux niveaux inférieurs à l'exploitation d'un table de branchement.

Ces dispositions ont plus ou moins renouvelé la programmation selon les implémentations, certaines n'autorisant que des ensembles de 16 éléments au plus, laissant ces nouveautés lettre morte, d'autres en autorisant jusqu'à 4096, ce qui permettait de nouvelles analyses.

Cette (r)évolution était peut-être trop timide.

A l'évidence, les types wirthiens totalement ordonnés peuvent être étendus à l'aide de *max* et *min* opérant entre termes d'un même ensemble E, en gardant leurs propriétés intrinsèques : associatifs, commutatifs, idempotents, mutuellement distributifs.

Opérateur de E	Elément neutre	Elément absorbant
max	inf(E)	sup(E)
min	sup(E)	inf(E)

On peut de même admettre l'usage de *max* et *min* entre termes relevant de types différents  $E_1$  et  $E_2$  partageant un référentiel commun  $E$  : le résultat est alors dans  $\hat{E}_{12}$ , le plus petit intervalle de  $E$  contenant  $E_1$  et  $E_2$  ; et ce résultat est précalculable si  $E_1$  et  $E_2$  sont disjoints.

L'apparition de structures indexées par des clés, comme les *dictionnaires*, montre l'intérêt porté maintenant à l'indexation de structures de données par des chaînes ou symboles. On sait la différence entre l'introduction *a minima* d'un type chaîne, et l'introduction d'un type chaîne, de plein statut, avec des opérateurs fondant une algèbre des chaînes. Cette algèbre basée sur la concaténation, la réplication... pourrait aussi s'enrichir de max/min, avec cette fois une différence importante pour l'ordre total sous-jacent, ordre ne portant plus sur un domaine isomorphe à un intervalle de  $\mathbb{N}$ , mais ordre lexicographique sur un domaine maintenant isomorphe à  $[0, 1]$ .

## Treillis

Dans les ensembles partiellement ordonnés, deux valeurs  $a$  et  $b$  ne sont pas toujours comparables, mais s'il s'agit de treillis, elles possèdent toujours un plus petit majorant, noté  $\max(a, b)$ , et un plus grand minorant, noté  $\min(a, b)$ .

Quand rencontre-t-on des treillis ?

De fait, si  $X$  est un ensemble totalement ordonné, son ordre induit sur  $X^n$  une structure de treillis si on pose que  $p$  surclasse  $q$  dans  $X^n$  si chacune des composantes de  $p$  surclasse la composante correspondante de  $q$  dans  $X$ .

## Treillis de divisibilité

La relation « divise », notée «  $|$  », introduit un ordre partiel sur l'ensemble des entiers, qui se trouve ainsi doté d'une structure de treillis, ayant 1 comme élément minimal, et dans lequel chaque nombre premier a le statut d'atome.

Attachons à tout entier  $n$  sa décomposition en facteurs premiers, et notons  $\text{expo}(n)$  la suite de leurs exposants, avec par exemple :

$$2100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \rightarrow \text{expo}(n) = (2, 1, 2, 1)$$

$\text{expo}(n)$  peut être considéré comme donnant les coordonnées de  $n$  dans un treillis de divisibilité ayant une dimension par nombre premier.

On a alors les relations :

$$\begin{aligned} \text{expo}(m \cdot n) &= \text{expo}(m) + \text{expo}(n) \\ \text{expo}(\text{pgcd}(m, n)) &= \min(\text{expo}(m), \text{expo}(n)) \\ \text{expo}(\text{ppcm}(m, n)) &= \max(\text{expo}(m), \text{expo}(n)) \end{aligned}$$

Ces propriétés peuvent être notamment mises au service de la représentation de tout treillis fini par un codage multiplicatif conservant l'ordre partiel (voir exemple ci-après).

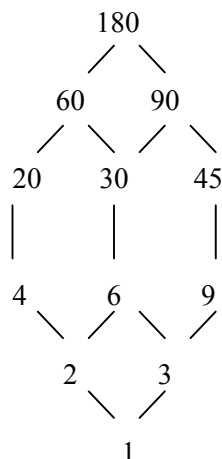
## Treillis logiques

Goguen a établi que la plupart des concepts des logiques floues pouvaient s'étendre à tout système logique fondé sur un ensemble de vérité ayant une structure de treillis.

On connaît par ailleurs diverses logiques multi-valuées ayant un ensemble de vérité isomorphe à  $\mathbb{B}^n$ .



Exemple de codage multiplicatif conservant une structure de treillis



## La composition parallèle d'impédances

### Présentation

Le problème général de la valeur d'un faisceau de chemins élémentaires reliant un point A et à un point B, admet un cas déviant important pour ses lois de composition : celui des *réseaux d'impédances*.

L'électrotechnique et l'électronique ont créé et vulgarisé les notions de résistance (définie à propos des circuits en courant continu) puis d'impédance (généralisation au cas des régimes alternatifs permanents).

Ces impédances sont souvent combinées dans des circuits, des filtres etc....

Yves Rocard a montré que ces concepts sont adaptables aux domaines admettant des modèles linéaires similaires, comme celui des vibrations en mécanique (domaine élastique), ou l'étude de l'acoustique ; la théorie des quadripôles fournit alors une approche unificatrice.

Ces concepts ont également été adaptés à la thermique. Ils peuvent l'être à l'hydraulique...

C'est dire leur importance en informatique technique.

### Propriétés

Les combinaisons « en série » sont additives, et notées comme telles.

Une notation du genre  $R1//R2$  pour les combinaisons parallèles n'est-elle qu'une sténographie regrettable, comme on l'a longtemps affirmé, ou a-t-elle un sens algébrique ?

Posons

$$R1 // R2 \equiv \text{inv}(\text{inv}(R1) + \text{inv}(R2)).$$

On vérifie facilement que « // » est associatif et commutatif, ce qui justifie des notations allégées comme  $R1//R2//R3//R4$ . « // » est d'élément neutre infini (liaison ouverte), et d'élément absorbant 0 (court-circuit).

De plus,

$$R // (-R) \equiv \infty.$$

Toute résistance ayant ainsi pour « // » une symétrique  $-R$ , « // » engendre une structure de groupe, et la possibilité de résoudre les équations correspondantes, avec :

$$A // R = B \rightarrow R = (-A)//B.$$

L'exigence usuelle de résistance positive est ici respectée si  $A > B$ .

$$47 // R = 33 \rightarrow R = (-47)//33 = 110$$

qui se lira par exemple : pour obtenir une résistance de  $33\Omega$  à partir d'une résistance de  $47\Omega$ , il suffit de monter en parallèle sur celle-ci une résistance de  $110\Omega$ .

Mais évidemment

$$33 // R = 47 \rightarrow R = (-33) // 47 = -110.$$

n'aura de sens que si la résistance inconnue peut être un dipôle amplificateur (ce qui n'est possible qu'avec certaines technologies).

Plus généralement, soit le système :

$$R // R1 = 20 ; R // R1 // R2 = 15 ; R // R2 = 30$$

Nous en tirons successivement :

$$R2 = (-R // R1) // 15 = (-20) // 15 = 60$$

$$R = 30 // (-R2) = 30 // (-60) = 60$$

$$R1 = 20 // (-R) = 20 // (-60) = 30.$$

Le calcul est simple bien que surprenant ; ce qui conforte la thèse de Robert Laurini<sup>1</sup>, que l'utilisateur devrait pouvoir se contenter d'écrire ses équations, à charge pour le système de programmation de les résoudre en fonction des invocations et des contraintes, ce que confirment les systèmes simples comme :

$$R1 // R2 = A, R1 + R2 = B$$

qui se ramène à un système du second degré, la positivité de  $R1$  et  $R2$  supposant  $0 \leq 4A \leq B$ .

Le système ( $//$ ,  $+$ ) reste cependant spécifique, car  $//$  n'est pas idempotente. De plus, en général

$$A // (B + C) \neq (A // B) + (A // C).$$

## Robustesse

La formule donnée en définition de  $R1 // R2$  est la moins sensible à d'éventuelles fluctuations des opérandes. Utiliser une expression équivalente comme  $R1 \cdot R2 / (R1 + R2)$  est exact tant que  $R1$  et  $R2$  sont des valeurs exactes, ce qui n'est vrai que dans les exercices académiques.

En pratique, les valeurs  $R1$  et  $R2$  sont plutôt cadrées que définies (a) par une valeur nominale (b) par une précision certifiée. Les opérandes sont alors à valeur dans un intervalle connu plutôt que connus exactement.

En matière de calcul en intervalles, le théorème de Nickel précise que l'évaluation directe d'une expression n'est exacte que si chaque variable a une seule occurrence, et est indépendante des autres. En ce sens, l'évaluation de  $R1 \cdot R2 / (R1 + R2)$  est une évaluation laxiste (ou pessimiste) de  $R1 // R2$ , pour qui la formule initiale demeure la référence.

Par exemple, soit  $R1 = 20$  ohms (à 5%) et  $R2 = 47$  ohms (à 10%), qu'on pourra noter  $R1 = [19 \ 21]$ ,  $R2 = [42 \ 52]$ ,

$$R1 // R2 = \text{inv}([0,047 \ 0,052] + [0,019 \ 0,023]) = \text{inv}([0,067 \ 0,076]) = [13 \ 16]$$

mais  $R1 \cdot R2 / (R1 + R2) = [11 \ 18]$ . *Proposer un opérateur dédié combat une telle imprécision qui peut, par propagation, se révéler lourde de conséquences.*

## La composition quadratique []

Depuis Pythagore, on s'intéresse à l'opération

$$A [] B \equiv \text{rac}2(A^2 + B^2)$$

qui lierait l'hypoténuse aux deux autres côtés du triangle rectangle.

<sup>1</sup> communication privée

En tant que telles, cette opération est associative, commutative, d'élément neutre 0 et d'élément absorbant infini.

On peut lui attacher une parité quelconque.

## Utilisations

On retrouve la composition quadratique dans tous les calculs de distance euclidienne.

On la retrouve aussi dans la notion de « valeur efficace » : du point de vue énergétique, la valeur efficace d'une tension périodique est la composition quadratique des tensions sinusoïdales qui la composent.

On a toujours  $a \oplus b \leq a + b$  : on peut donc se servir de  $\oplus$  pour agréger des valeurs allant « plutôt dans le même sens », lorsque l'addition pure et simple semble exagérée, ou lorsqu'on craint un poids excessif des contributions marginales. En effet, quand  $b$  est petit devant  $a$ ,  $a \oplus b \sim a(1 + b^2/2a^2)$ , et si  $b$  vaut 14% de  $a$ ,  $a \oplus b = 1,01 \cdot a$ .

En docimologie, on peut l'appliquer en vue d'un classement donnant plutôt plus de poids aux forces qu'aux faiblesses, par exemple en vue d'un projet.

candidat	N1	N2	N3	+	$\oplus$	Commentaire
A	14	13	13	40	23,11	Correct
B	15	13	12	40	23,19	Intéressant
C	18	13	9	40	<b>23,91</b>	<b>Fort (mais une impasse)</b>
D	18	11	11	40	23,75	Pointu

## Références

Bergman M., et Kanoui H., *SYCOPHANTE, système de calcul formel sur ordinateur*, rapport de fin de contrat DRET, Groupe Intelligence Artificielle, Faculté des Sciences de Luminy, Université Aix-Marseille II, 1975.

Frécon L., *Eléments de Mathématiques Discrètes*, PPUR, 2002

Frécon L., *Quelques principes du langage Ampère*, Groplan 1978.

Gondran et Minoux, *Graphes et algorithmes*, Eyrolles, 1985.

Kuntzmann J., *Algèbre de Boole*, Dunod, 1965

Kuntzmann J., *Théorie des Réseaux*, Dunod, 1968.

Rocard Y. *Dynamique générale des vibrations*, Masson, 1943-1997.

Wirth N., *Introduction à la programmation systématique*, trad. Lecarme O., Masson 1983,



# VOUZZAVEDIBISAR

## Le coupé-décalé

*Denis Iwanesko Didjeko*

**UNE FOIS**

un rêve

**m'attendait  
sous la pluie**

aussi douce qu'un baiser dans le cou

**Comme un loup**

**Résolu**

**se repaît**

**du Songe**

miroir liquide

parcouru  
d'une langue inconnue.

n'imaginez pas la vie

*Coupé-décalés* est le nom que j'ai donné à mes collages de textes. Ils sont le fruit d'une pratique d'écriture sous contraintes que j'expérimente depuis début 2005.

Cette pratique est avant tout un travail de réappropriation de la langue, de recyclage des discours véhiculés par les média de masse, de détournement, de récupération car

*C' t'avec du vieux qu'on fait du neuf  
comme dit le duc d'Elbeuf...*

Elle est apparentée à toutes les pratiques qui participent du glanage.



