Calcul à la main et calcul automatique

Louis Nolin

Avant-Propos. – Les articles de chaque numéro de la collection de 2019 sont consacrés à l'ouvrage *Introduction à la programmation des problèmes scientifiques* par Louis Nolin. C'est une édition du Centre National de la Recherche Scientifique de février 1963, ouvrage du Laboratoire de calcul numérique de l'Institut Blaise Pascal, qui est classé dans la partie Langages de programmation des publications. On y trouve dans ce cadre, notre collègue Maurice Nivat, entre autres. Nous avons conservé la numérotation originale des pages et le lecteur attentif trouvera la table des matières générale à la fin de chacun des articles.

Ce travail, à notre connaissance, n'a jamais été mis en ligne et peu d'exemplaires se trouvent dans les bibliothèques parisiennes ou autres. Ce document est archivé dans le répertoire Enseignement du CNRS de l'Institut Blaise Pascal (1958-1974) aux Archives nationales au répertoire (19780361/1-19780361/34).

C'est grâce à la collaboration de Madame Nicole Robinet, mémoire vivante de l'informatique, de Madame Brigitte Laude, responsable de la bibliothèque Mathématique Informatique Recherche (MIR) de Sorbonne Université, et de Monsieur Jean-Luc Mounier, ingénieur de recherche à la faculté des Sciences et Ingénierie de Sorbonne Université, que nous avons eu cette autorisation. Il nous faut remercier aussi Madame Odile Zinck Nolin, fille aînée de Louis Nolin, de nous avoir donné son accord et communiqué son enthousiasme de voir ce document « intemporel » être diffusé au plus grand nombre.

Cette première partie rappelle les publications de l'Institut Blaise Pascal de l'époque, donne le contexte : « user d'un langage », puis sont présentées les étapes essentielles de cette automatisation du calcul. Chacune des parties se terminera par quelques exercices pour dégourdir les méninges. Dans ce passage… il est proposé de travailler sur la méthode de Genaille. Le « en ligne » vous aidera à retrouver l'ouvrage de René Taton, mathématicien, historien des sciences ; ou d'autres pistes. (N.D.L.R.)

LANGAGES DE PROGRAMMATION

5

INTRODUCTION

A LA PROGRAMMATION

DES PROBLEMES SCIENTIFIQUES

par

L. NOLIN

Attaché à la Direction du Laboratoire de Calcul numérique

du C. N. R. S.

Centre National de la Recherche Scientifique

INSTITUT BLAISE PASCAL

LABORATOIRE DE CALCUL NUMERIQUE

Publication n° AT - MC/ 16.1.3/BI

Février 1963

I N S T I T U T   B L A I S E   P A S C A L

P u b l i c a t i o n s

d u

LABORATOIRE DE CALCUL NUMERIQUE

Mathématiques à l'usage du calculateur

1. - J.L. LIONS Méthode d'approximation numérique des problèmes aux limites de la physique mathématique. Tome I 110 p.
II 120 p.
III 85 p.

2. - J.L. RIGAL Problèmes linéaires (inversions, résolutions et problèmes aux éléments propres). (Tome II) 21 p.

3. - F. GENUYS Résolution numérique d'équations différentielles 50 p.

4. - R. de POSSEL Théorie de l'approximation (sous-presse).

5. - R. CAYREL Techniques de calcul numérique. 35 p.

Logique à l'usage du calculateur

1. - D. LACOMBE Théorie des fonctions récursives et applications (épuisé) 130 p.

2. - R. FRAÏSSÉ Cours de Logique mathématique - Sémantique (épuisé) 20 p.

2. - J.P. BENEJAM - E. FRANCOIS Cours de Logique mathématique sémantique solution des exercices (sous-presse)

3. - J. PORTE Cours de Logique mathématique, Syntaxe (sous-presse)

4. - C. PICARD Sur la démonstration automatique 30 p.

Langages de programmation

1. - L.NOLIN Le langage Fortran 650 (Tome I et II) (épuisé) 120 p.

2. - L.NOLIN Le langage Fortran 1620 (épuisé) 30 p.

3. - L.NOLIN Systémes formels et langages de programmation (épuisé) 25 p.

4. - L.NOLIN, E.BRISSE, F.VILLE, B.LEMAIRE Le langage PAF 60 p.

4'. - Exercices 40 p.

5. - L.NOLIN Introduction à la programmation des problèmes scientifiques 65 p.

6. - M.NIVAT, L.NOLIN Sur un procédé de définition de la syntaxe d'ALGOL (sous-presse)

Théorie de l'information

1. - C.PICARD Théorie des questionnaires 150 p.

Utilisation des calculatrices

1. - H.KARDESTUNGER Analyse matricielle de structures et applications aux ordinateurs (sous-presse)

Notices d'utilisation de programmes

1. - C.HANS Notice d'utilisation du sous-programme GRAPH (Tracé de courbes sur tabulatrice) (sous-presse)

LANGAGES DE PROGRAMMATION

5

INTRODUCTION A LA PROGRAMMATION DES PROBLEMES SCIENTIFIQUES

par

L. NOLIN

Attaché à la Direction du Laboratoire de Calcul numérique du C. N. R. S.

Centre National de la Recherche Scientifique

INSTITUT BLAISE PASCAL

LABORATOIRE DE CALCUL NUMERIQUE

Publication n° AT - MC/ 16.1.3/BI Février 1963

A V E R T I S S E M E N T

Pour utiliser une calculatrice électronique il faut pouvoir lui communiquer des données et des ordres, lui poser des questions et comprendre les réponses qu'elle fournit : bref, il faut user d'un langage.

Un langage possède une structure formelle - qui fait l'objet d'études syntaxiques - et une signification pratique effective - qui fait l'objet d'études sémantiques.

En bonne logique il convient donc de commencer l'étude de la programmation par un aperçu théorique et pratique de ce qu'est un langage, et c'est le but du présent fascicule.

Après cette première monographie le lecteur pourra consulter les fascicules que nous avons publiés, ou que nous allons faire paraître incessamment, pour y trouver des développements relatifs aux sujets suivants :

étude de langages ou de systèmes de programmation destinés à une machine spéciale ou à un groupe de machines,

compléments relatifs à la logique, aux organigrammes et à la théorie des graphes,

traduction d'un langage dans un autre (compilation),

méthodes usuelles de calcul numérique et leur utilisation sur machine,

traitement de l'information "non - numérique".

La série "LANGAGES DE PROGRAMMATION" constituée par l'ensemble des fascicules traitant de ces divers sujets est publiée sous la direction de René de POSSEL .

AT.MMC/16.1.3/BI

I - CALCUL A LA MAIN ET CALCUL AUTOMATIQUE

Si vous êtes curieux d'histoire, vous ne manquerez pas de lire un excellent petit ouvrage(1) qui retrace les étapes de la mécanisation du calcul depuis Pascal jusqu'à une date toute proche, celle de l'apparition des machines à calculer automatiques.

Dans les quelques pages qui suivent je vais essayer de montrer brièvement ce qu'est cette mécanisation, cette automatisation du calcul, et quelles en sont les étapes essentielles.

Imaginons pour un moment que nous avons à multiplier effectivement la matrice A par la matrice B, toutes deux carrées, d'ordre 10, à éléments réels, et que nous disposons pour cela de papier et d'un crayon, sans plus.

Pour calculer chaque terme $c_{i,j}$ de la matrice $C = A \times B$, nous avons à faire un calcul qu'on peut "résumer" dans la "formule"

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{10} a_{i,k} \times b_{k,j}$$

Mais pour peu qu'on regarde par dessus notre épaule et qu'on suive attentivement nos gestes, on nous verra effectuer une foule d'"opérations" :

(1) René Taton. Le calcul mécanique. Presses Universitaires de France (1949).

AT/16.1.3/AI

Lire et recopier $a_{1,1}$:	$a_{1,1}$	
Lire et recopier $b_{1,1}$:	$b_{1,1}$	
Multiplier les deux facteurs :	p_1 (ou encore S_0)	
Lire et mettre en réserve le résultat :		S_0
Lire et recopier $a_{1,2}$:	$a_{1,2}$	
Lire et recopier $b_{2,1}$:	$b_{2,1}$	
Multiplier les deux facteurs :	p_2	
Lire et recopier le résultat précédent :	S_0	
Additionner les deux termes :	S_1	
Lire et mettre en réserve le résultat :		S_1
......		
Lire et recopier $a_{1,10}$:	$a_{1,10}$	
Lire et recopier $b_{10,1}$:	$b_{10,1}$	
Multiplier les deux facteurs :	p_{10}	
Lire et recopier le résultat précédent :	S_8	
Additionner les deux termes :	S_9(ou encore $C_{1,1}$)	
Lire et mettre en place le résultat :		$C_{1,1}$

Voilà qui est fait pour le premier coefficient. Il ne reste plus qu'à faire de même pour les 99 autres ! Nous aurons alors effectué 1.000 multiplications et 900 additions, lu et recopié 3.900 nombres - si je ne me trompe.

Sans doute, avec un peu d'adresse, pourrions-nous économiser quelques unes de ces opérations "Lire et recopier un terme" si nombreuses dans ma description qu'elles risqueraient de masquer les opérations "essentielles" si je n'avais pas eu recours à un artifice typographique. Mais, vous en conviendrez, le gain serait maigre, tout au moins si nous sommes pressés: les opérations "arithmétiques" prendront encore tout notre temps.

Ce sont donc ces opérations qu'on a songé tout d'abord à mécaniser, et la réalisation de machines capables d'additionner, de soustraire, de multiplier, de diviser deux nombres, constitue la première étape dans la voie de l'automatisation des calculs. Cette étape, c'est celle des "machines à calculer de bureau".

Un grand pas est fait, sans doute, mais voici que nos opérations auxiliaires ne sont plus du tout négligeables, puisqu'elles accaparent maintenant la plus grande partie de notre temps et la totalité de notre attention.

Une machine à calculer de bureau contient pratiquement trois "registres" : les deux premiers O_1 et O_2 servent à emmagasiner les facteurs de l'opération, le troisième, R , à stocker son résultat. Imaginons une machine analogue qui contiendrait un grand nombre de registres. Dans ces registres on pourrait emmagasiner une fois pour toutes les éléments des matrices A et B puis stocker, dès qu'on les aurait calculés , les résultats intermédiaires et les éléments de la matrice C . Imaginons encore que pour tous les calculs analogues, quelles que soient les valeurs des données ou des résultats, on ait assigné à chacun d'eux un registre déterminé, par exemple le registre a(2,3) au terme $a_{2,3}$, le registre S(2) au terme S_2 et de même pour tous les autres.

Les opérations que cette machine devrait effectuer pour multiplier la matrice A par la matrice B seraient alors les suivantes :

Transférer le contenu de	a(1,1)	dans	O_1
Transférer le contenu de	b(1,1)	dans	O_2
Multiplier; le résultat apparaît		dans	R
Transférer le contenu de	R	dans	S(0)
Transférer le contenu de	a(1,2)	dans	O_1
Transférer le contenu de	b(2,1)	dans	O_2
Multiplier ; le résultat apparaît		dans	R
Transférer le contenu de	R	dans	O_1
Transférer le contenu de	S(0)	dans	O_2
Additionner: le résultat apparaît		dans	R
Transférer le contenu de	R	dans	S(1)

etc...

A vrai dire, notre imagination n'est que réminiscence: tout ceci a bel et bien été réalisé. Il y a mieux; vous savez qu'une suite continue de cartons perforés peut faire exécuter à un orgue de barbarie les opérations suivantes :

Admettre l'air dans le tuyau		do	pour la durée d'une	𝅘𝅥𝅯
"	"	ré	"	♪
"	"	mi	"	♪
"	"	do	"	♪
"	"	ré	"	♪.
Ne produire aucun son pour la durée d'une				𝅘𝅥𝅯
Admettre l'air dans le tuyau		ré	"	♪
"	"	mi	"	♪
"	"	fa	"	♩
"	"	fa	"	♩
"	"	mi	"	♩
"	"	mi	"	♪.

etc...

ce qui provoque l'exécution d'un air connu. C'est ainsi qu'on peut faire exécuter à notre machine un air intitulé "Multiplication de deux matrices carrées, d'ordre 10 , à éléments réels", à ceci près que le nom d'"air" n'a pas fait fortune : c'est de "programme" qu'on parle dans ce cas. La construction d'une machine de bureau contenant un grand nombre de registres et capable d'exécuter automatiquement un programme figuré par les perforations d'un ruban, voilà ce qui a constitué la seconde étape de l'automatisation des calculs : celle des "calculatrices à programme extérieur" .

L'inconvénient d'un tel système c'est qu'il faut un programme spécial non pas pour chaque type de problème, mais pour chaque problème particulier : ainsi, il faut un programme pour la multiplication de deux matrices d'ordre 1 (le cas échéant), un autre programme pour la multiplication de deux matrices d'ordre 2 , un troisième ... on n'en finit plus : et tout cela pour exprimer un procédé de calcul qui dépend d'un paramètre : l'ordre commun des deux matrices.

Mais n'est-ce pas là une caractéristique de ces matrices, au même titre que leurs éléments ? Qu'est-ce donc qui nous empêche de le traiter comme ces derniers ? C'est tout simplement le fait que ce nombre est aussi une caractéristique du programme, ce programme figuré une fois pour toutes par des trous dans un ruban extérieur à la machine. Qu'à cela ne tienne, enregistrons le programme à son tour ! Je ne tenterai pas de chercher une analogie plus ou moins ingénieuse pour expliquer comment un tel programme peut encore commander la marche de la machine qui le contient : c'est un point que nous éclaircirons plus tard. Il nous suffit de savoir pour l'instant, que la chose est possible.

La réalisation de machines à programme enregistré constitue le troisième pas important dans la marche vers l'automatisation des calculs.

La manière dont j'ai présenté les choses pourrait donner l'impression que pour réaliser une calculatrice automatique, il suffisait d'y penser. En réalité il a fallu presque trois siècles de progrès de la technique mécanique depuis le jour où Pascal a conçu et fait exécuter ses célèbres machines et celui où la première machine à calculer de bureau a fonctionné de façon satisfaisante. Dès lors, il est vrai, et grâce aux progrès de l'électronique, les deux autres étapes se sont succédées très vite. Encore dit-on que c'est à von NEUMANN en personne qu'on doit l'idée de programme enregistré. Comme vous le voyez tout n'était pas si simple !

Nous en sommes donc aujourd'hui à l'ère de la machine à calculer automatique commandée par programme enregistré.

Une telle machine se compose de quatre groupes d'organes principaux(1).

Tout d'abord, la "Mémoire" - avec un grand M - , ensemble des registres (ou mémoires - avec un petit m) destinés à recevoir les objets des calculs, données et résultats, et les programmes enregistrés;

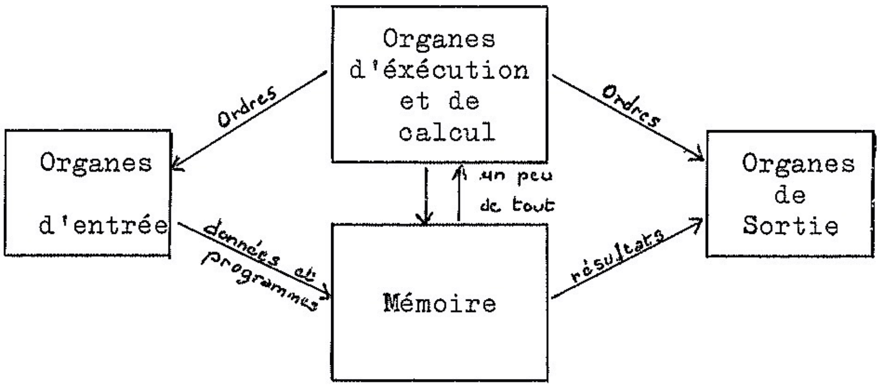
---

(1) On trouvera une description plus détaillée dans la monographie de P.Naslin : Principes des calculatrices numériques automatiques - Dunod - Paris 1958.

Ensuite, des organes d'exécution et de calcul, dont le rôle est de déchiffrer les indications des programmes et d'en assurer l'exécution;

Il faut naturellement, enfin, des organes qui permettent à l'utilisateur de communiquer avec sa machine, soit qu'il veuille lui fournir des données ou des programmes, soit qu'il désire connaître des résultats. Cette communication s'établit par le truchement des organes d'"entrée", dans le premier cas, par celui des organes de "sortie" dans le second.

Naturellement des liaisons existent entre ces différentes parties de la machine et le schéma suivant indique de manière sommaire les principales d'entre elles et la nature de l'information qu'elles véhiculent :



Ces indications nous suffiront pour l'instant puisque nous nous proposons avant tout d'étudier la notion fondamentale de programme.

EXERCICE I.1

Dans l'ouvrage cité au début de ce chapitre[1], aux pages 15 et 16, on trouve une description sommaire de la méthode de Genaille (1885) pour effectuer la multiplication par un nombre d'un seul chiffre.

Dessiner, ou mieux, réaliser sur carton des réglettes qui permettent d'effectuer la multiplication en base 4 .

(1) Voir note 1, page 3

T A B L E   D E S   M A T I E R E S