

# VOUZZAVEDIBISAR

## MARTH une étrange planète

*Patrick Isoardi*

Imaginons que sur une planète éloignée qui s'appelle Marth, les symboles utilisés pour écrire les livres de mathématiques sont les seuls chiffres de 0 à 9. Il est bien connu que dans ces livres il n'y a que des vérités énoncées par des théorèmes. Un théorème Marthien ressemble donc à ceci : "108502054952".

Pour nous cela est un nombre de 12 chiffres. Pour les Marthiens, ce n'est pas un nombre mais une vérité mathématique qui se traduit dans notre langage par : "14 est un nombre pair".

Bien sûr ces nombres dans les livres Marthiens sont en fait des chaînes de symboles mais il est cependant facile pour nous d'oublier ce qu'une chaîne de symboles signifie et de la regarder simplement comme un nombre. A force de regarder, nous pourrions même essayer de trouver dans les entiers naturels ceux qui appartiennent aux livres de mathématiques Marthiens et ceux qui n'y appartiendront jamais comme par exemple le nombre 108502054953 qui traduirait une fausseté : "15 est un nombre pair".

Un Terrien du nom de Gödel réalise alors que la propriété "est un nombre Marthien" n'est pas très différente des propriétés mathématiques comme par exemple : "est un nombre premier" ou "est un nombre pair" que nous attribuons à nos entiers naturels à l'aide des outils de l'arithmétique. Par exemple pour savoir si un entier est pair nous le divisons par 2; c'est le reste de cette opération arithmétique qui permet de décider que 14 est pair et que 15 ne l'est pas. Gödel démontre que l'arithmétique permet aussi de décider si pour tout entier  $n$  : " $n$  est un nombre Marthien"; c'est à dire si  $n$  est ou non un théorème de leurs livres de mathématiques.

Gödel découvre alors qu'il existe un entier  $g$  dont l'arithmétique dit qu'il est un nombre Marthien et qui pourtant se traduit dans le langage terrien par : " $g$  n'est pas un nombre Marthien". Ce nombre d'un livre de mathématiques Marthien parle non seulement de lui-même mais aussi de sa non théorèmeté.

Si la traduction de  $g$  est vraie, il n'est pas un théorème et ne devrait donc pas se trouver dans les livres de mathématiques Marthiens; c'est une erreur. Si  $g$  est dans leurs livres, il dit de lui-même qu'il n'est pas un théorème; c'est donc que les livres de mathématiques Marthiens prêchent des faussetés ou comportent des erreurs. A moins que les Marthiens, eux, admettent la contradiction !